Informe final* del Proyecto ME012
Fusión y análisis de imágenes satelitales de sensores MODIS y VIIRS*

Responsable:	Dr. Mariano José Juan Rivera Meraz
Institución:	Centro de Investigaciones en Matemáticas A. C
Correo electrónico:	mrivera@cimat.mx
Fecha de inicio:	20 de mayo de 2014
Fecha de término:	18 de diciembre de 2015
Principales resultados:	Informe final, Manual técnico
Forma de citar el informe final y otros resultados:**	**Informe final** Rivera Meraz, M. J. J. 2015. Fusión y análisis de imágenes satelitales de sensores MODIS y VIIRS. Centro de Investigaciones en Matemáticas A. C. **Informe final SNIB-CONABIO, proyecto No. ME012**. Ciudad de México. **Manual Técnico** Rivera Meraz, M. J. J, y J. Esquivel. 2015. Fusión y análisis de imágenes satelitales de sensores MODIS y VIIRS. Centro de Investigaciones en Matemáticas A. C. **Manual Técnico SNIB-CONABIO, proyecto No. ME012**. Ciudad de México.

Resumen:

Las imágenes de satélite proveen una rica y continua fuente de información. El contar con imágenes de alta resolución provee de mejor información para la toma de decisiones. Imágenes satelitales de interés para "LA CONABIO" son del tipo MODIS y VIIRS. Una característica de estas imágenes es que las bandas son de distintas resoluciones. Por ello, en este proyecto se propone implementar un sistema general de fusión de imágenes satelitales de diferentes resoluciones. La propuesta se presentará en el contexto de las imágenes MODIS. Sin embargo, como hemos dicho, se contempla su la fusión de imágenes en imágenes VIIRS y es lo suficientemente general para ser adaptado a otras modalidades que pudieran surgir en un futuro.

En el caso de imágenes MODIS, las bandas de más alta resolución son las 81 y 82 donde cada píxel corresponde a una superficie de 250x250m. En este proyecto se propone implementar un método para estimar imágenes de alta resolución de las bandas 83-87 así como llenado de huecos (errores de captura). La propuesta pretende mejorar el método reportado y adaptarlo a las necesidades de "LA CONA810". Además, se pretende con este proyecto iniciar una colaboración científica/tecnológica productiva tanto para "LA CONABIO" como para "EL CIMAT". "EL CIMAT" pretende iniciar un laboratorio de imagenología que permita resolver problemas que sean definidos en conjunto con "LA CONABIO".

Este laboratorio permitirá entrenar a personal (mediante tesis y estancias posdoctorales) sobre temas de sensores remotos, procesamiento de imágenes de grandes dimensiones, análisis de datos con contexto espacial que sean de interés para "LA CONABIO" y para otros agentes del país; por ejemplo, INEGI, CONAFOR, RFE, etc.

- * El presente documento no necesariamente contiene los principales resultados del proyecto correspondiente o la descripción de los mismos. Los proyectos apoyados por la CONABIO así como información adicional sobre ellos, pueden consultarse en www.conabio.gob.mx
- ** El usuario tiene la obligación, de conformidad con el artículo 57 de la LFDA, de citar a los autores de obras individuales, así como a los compiladores. De manera que deberán citarse todos los responsables de los proyectos, que proveyeron datos, así como a la CONABIO como depositaria, compiladora y proveedora de la información. En su caso, el usuario deberá obtener del proveedor la información complementaria sobre la autoría específica de los datos.

Fusión y análisis de imagenes satelitales de sensores MODIS y VIIRS

Mariano Rivera, Judith Esquivel
Centro de Investigación en matemáticas A.C.

Mayo, 2015

Resumen

En este trabajo se explica la metodología utilizada para realizar una fusión de imágenes satelitales de los sensores VIIRS y MODIS con el fin de para aumentar la resolución baja de las imágenes del producto Reflectancia de la Superficie (SR) del sensor MODIS y el sensor VIIRS. Utilizando las bandas de alta resolución(B1, B2 para MODIS e II, I2 para VIIRS) como bandas predictoras para inferir información de las bandas B3-B7(MODIS) e M3, M4, M8, M10 y M11 (VIIRS), con la metolodogía propuesta se obtienenen resultados con correlaciones entre las imagenes procesadas de hasta 0.98.

Se propone una normalización para preservar la consistencia radiométrica de las imágenes utilizando una minimización con Gauss Seidel, también se trabaja con una eliminación de datos atípicos y una predicción de pixeles invalidos a partir de la información de las bandas de alta resolución, además de realizar una interpolación bicúbica en el espacio de parámetros de la regresión no lineal en el proceso cuyo resultado, suaviza y homogeniza los resultados de la SR. Se trabajó con una manejo secuencial de memoria RAM que permite que el proceso de *Downscaling* sea altamente paralelizable. Se implementa la versión final con OpenMP, utilizando máscaras de procesamiento para evitar el uso de áreas que no contienen información de la cobertura terrestre. Dichas máscaras de procesamiento se obtienen con configuraciones de las capas de calidad para VIIRS y MODIS y con rangos válidos acorde al tipo de imagen.

Debido a la similitud entre las imágenes MODIS y VIIRS, se retoma una versión de la metodología y el algoritmo utilizanda con el sensor MODIS, para realizar *Fusion Image* con las imágenes VIIRS utilizando como bandas predictoras los canales *Imaging* (I1-I5) para deducir información de las bandas *Moderate* (M3,M4, M8, M10 y M11).

Las medidas de similitud utilizadas para la evaluación y la calidad de las imágenes son: *Normalized Cross-Correlation , Quadratic Distance, Relative Difference Of Means,Relative Variation Difference y Peak Signal-to-Noise Ratio(PSNR).*

1. Introducción

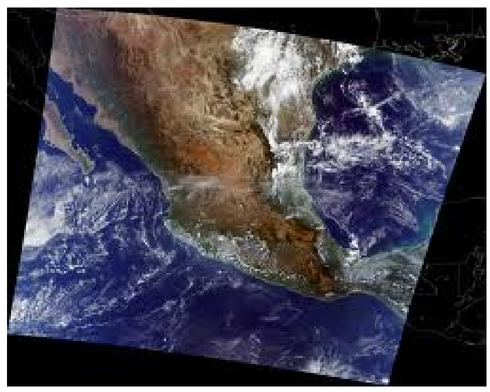
El análisis de la cobertura terrestre ha tenido un gran auge en las últimas décadas, debido a las actividades humanas que han cambiado drásticamente la cobertura de nuestro planeta. Hace ya varias décadas se puso de manifiesto que los cambios de la cobertura y uso de suelo influyen directamente en los ciclos hidrológicos, la pérdidad de la biodiversidad, la erosión de los suelos y el aumento de gases que incrementan el efecto invernadero. Los cambios climatológicos provocan el aumento y la intensidad de los desastres naturales en todo el planeta como son los incendios, las inundaciones, los huracanes y las sequías. [**?**]

Desde finales de la década de los 80's, se llevaron a cabo proyectos creados para el monitoreo de coberturas globales, como el International Geosphere Biosphere Programme (IGBP), que permitió el mapeo de la cobertura terrestre usando los datos del sensor Advanced Very High Resolution Radiometer (AVHRR). Los datos AVHRR no son los más idóneos para estudios de las coberturas terrestres, porque tienen una baja resolución espacial de 1.1 kilómetro,el ángulo de barrido es muy amplio (55.4 grados a ambos lados) lo cual implica notables problemas geométricos y radiométricos en las imágenes resultantes, además de los problemas de contaminación atmosférica de los pixeles extremos cuentan con una baja resolución espectral (solo 5 bandas con rangos espectrales amplios) y una alta predisposición a la saturación.

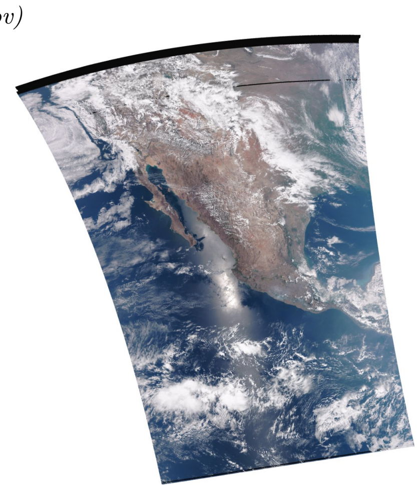
No obstante, los datos AVHRR tuvieron resultados suficientemente alentadores para motivar la creación de sensores diseñados específicamente para el monitoreo de las coberturas terrestres. Dentro de estos proyectos de percepción remota, el más ambicioso es el Earth Observing System (EOS) de la NASA (Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio), cuyo principal objetivo es la observación continua de los cambios globales, lo cual incluye el estudio integrado de la atmósfera, de los océanos y de la superficie terrestre.[**?**]

Dentro del proyecto EOS sobresale el sensor llamado espectroradiómetro para imágenes de resolución moderada (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer - MODIS) a bordo de dos plataformas, que por sus características espaciales y espectrales es uno de los más importantes para el monitoreo de los procesos de cambio en la tierra. El equipo científico de MODIS Land (MODLAND) desarrolla métodos y algoritmos para generar productos sobre cubiertas terrestres. Este sensor está a bordo de dos plataformas, Terra y Aqua. Sus datos cuentan con una alta sensibilidad radiométrica, buena calidad geométrica, alta resolución temporal y son distribuidos de manera gratuita a través de diferentes portales de internet. Los datos crudos pueden obtenerse de manera directa contando con la tecnología necesaria; en México se cuenta con una antena y un equipo de trabajo para su procesamiento y distribución dentro de la CONABIO(Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad). Las experiencias derivadas de los trabajos con MODIS han permitido explorar una gran cantidad de aplicaciones potenciales que, al acercarse el fin de sus operaciones, podrían aplicarse a la siguiente etapa de observación de la tierra a través del sensor VIIRS.

La utilización del sensor MODIS ha dejado una gran experiencia y conocimiento en la comunidad científica, y debido a que el final de sus operaciones se acerca ya se prepara el sensor que dará continuidad a este tipo de datos. El sensor VIIRS, siglas en inglés *Visible Infrared Imager Radiometer Suite*, posee una cobertura espectral va de los 412 nm a los 12 micros. Proporciona mediciones similares a las de MODIS pero en 22 bandas, las imágenes tienen una resolución de 375 m al nadir en 5 bandas y de 750 m al nadir en las bandas restantes, cuenta con una cobertura global completa, productos de nubes, propiedades de aerosoles, tierra y océanos, temperatura de la superficie del océano tierra y hielo y detección de incendios. En este sensor se reduce el alargamiento del pixel en los límites de escaneo, la cobertura espectral es ligeramente menor, las bandas infrarrojas son más largas para CO_2, el sistema de telescopio rotatorio permite un mejor control de la luz, la órbita es más alta, lo que permite una cobertura global completa en un día (de 705 Km. a 830 Km.). La calidad radiométrica y calidad espectral es similar a MODIS con datos de 12 bit, las calibraciones a bordo del satélite también son parecidas a las de MODIS, el impacto en el índice de vegetación es mínimo. La reducción de bandas de 36 en MODIS a 22 en VIIRS se compensa en parte debido a las 7 bandas de amplificación dual en VIIRS que pueden ser usadas tanto para obtener datos de cobertura terrestre como de superficies oceánicas, ya que cuenta con un sistema que permite ajustar las mediciones del sensor de acuerdo a la superficie observada. Los algoritmos de VIIRS surgen del aprovechamiento y mejora de la herencia de MODIS, esperando dar continuidad a estos datos con coherencia.[**?**]



(a) ***Imagen a color de México****: bandas 1,4,3(R,G,B)* MODIS *(earthobservatory.nasa.gov)*



(b) ***Imagen a color de México 06-05-2013****: bandas 1,4,2(R,G,B)* VIIRS *(http://www.conabio.gob.mx)*

Figura 1: *Cobertura terrestre de México*

2. CONABIO

Desde 1992, la Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO), promueve, coordina, apoya y realiza actividades dirigidas al conocimiento de la diversidad biológica del país, así como para su conservación y uso sustentable. La CONABIO recibe en tiempo real imágenes tomadas por el sensor MODIS del satélite TERRA-1 y AQUA-1 y del sensor VIIRS de SUOMI NPP, estos satélites forman parte de la misión EOS (Earth Observing System) de la NASA. En particular, el sensor MODIS fue creado para capturar imágenes de la atmósfera, mar y tierra, transmite datos en 36 bandas que van desde el espectro visible hasta el infrarrojo térmico, con una resolución espacial de 250, 500 y 1000 metros *at nadir*.

Existe una gran cantidad de productos MODIS y VIIRS a menudo diferentes versiones y resoluciones espaciales y temporales, teniendo una gran variedad de productos enfocados al estudio de los océanos, la atmósfera, la criósfera y las cubiertas terrestres(MODLAND). Una variable ampliamente utilizada en el estudio y caracterización de la cobertura terrestre es la reflectancia de la superficie (MOD09).

El producto MOD09 es una evaluación de la reflectancia de las cubiertas terrestres, es decir la relación entre el flujo luminoso reflejado y el flujo luminoso incidente, tal y como hubieran sido medidos a nivel del suelo si no existiera absorción ni dispersión atmósférica.El producto de reflectancia de la superficie(SR) es utilizado para generar varios productos MODLAND como son los índices de vegetación, la función de distribución de la reflectancia bidireccional (BDRF), las coberturas del suelo, la cobertura de nieve, los puntos de calor así como el índice de área foliar y la fracción de radiación activa fotosintética (FPAR).

La heterogeneidad de la resolución es en si un problema para el uso y análisis de imágenes de satélite. A medida que la resolución disminuye, cada pixel cubre una región cada vez más amplia. Esta región que puede contener muchos tipos de coberturas. Luego la respuesta espectral será una mezcla de las coberturas que contiene; esto es, la respuesta medida en un pixel será la suma de respuestas de las fracciones del área de los distintos tipos de cobertura: Esto es conocido como efecto de área parcial en la literatura general de imágenes. Por ejemplo, en nuestro país el ancho de agua de los ríos dificilmente será mayor a 250 m, peor aun, una región de 1 Km puede incluir varias pequeñas comunidades.

Para varias aplicaciones, es deseable tener bandas de resolución espacial grande, ya que se ha demostrado que la resolución óptima debería ser de el orden de unos pocos cientos de metros para operaciones de monitoreo y control. A raíz de ello, CONABIO tiene interés en obtener una alta resolución espacial entre el grupo de imágenes MODIS y VIIRS, que permitirá el monitoreo de distintos tipos de cobertura terrestre, pudiendo hacer evaluaciones más precisas de las propiedades en la superficie y en los biomas.

3. Características de las imágenes del sensor MODIS y VIIRS

En este proyecto se abarcan dos tipo de imágenes a procesar, las imágenes del instrumento MODIS y VIIRS. Existen muchas similitudes entre estos instrumentos y a continuación se describe como es que son formados los pixeles de los sensores y las características de las imágenes.

El instrumento MODIS cuenta con una alta sensibilidad radiométrica(12 bits y 16 bits) en 36 bandas espectrales, en un rango de longitud de onda que va de los 0,4μm a los 14,4μm. Las primeras 19 bandas están posicionadas en la región del espectro electromágnetico situado entre 0,405nm y 2,144nm. Las bandas de la 1 a la 7 son útiles para las aplicaciones terrestres; las bandas 8 a la 16 para las observaciones oceánicas y las bandas 17 a 19 para las mediciones atmosféricas. Las bandas 20 a la 36, cubren la porción del infrarrojo térmico del espectro de (3,660-14,385 nm). Dos bandas son tomadas a una resolución nominal de 250m *at nadir*, cinco bandas a 500m *at nadir* y las 29 bandas restantes a 1 km. MODIS posee una alta calidad geométrica que permite el monitoreo preciso de las alteraciones de la superficie terrestre.

El sensor VIIRS cuenta con dos resoluciónes espaciales: **Imaging**(I) a 375m *at nadir* y **Moderarate** a 742m *at nadir* . Cuenta con 22 bandas, 5 de las cuales son **Imaging** y otras 16 bandas son **Moderate**. Los 22 canales VIIRS están situados en longitudes de onda similares a las MODIS. Entonces analogamente a MODIS, en el proyecto se estimarán las bandas M3, M4, M8, M10 y M11 [?].

MODIS			**VIIRS**			
Band No.	$\lambda(nm)$	Nadir Pixel Size (m)	**Band No.**	$\lambda(nm)$	Nadir Pixel Size (m) $(down \times cross)$	Primary Aplication(s)
B1	$620 - 670$	250	**I1**	$600 - 680$	371×387	Imagery, Vegetation
B2	$841 - 876$	250	**I2**	$845 - 885$	371×387	Vegetation
B3	$459 - 479$	500	**M3**	$478 - 498$	$742 \times 259D$	Ocean color, aerosols
B4	$545 - 565$	500	**M4**	$545 - 565$	$742 \times 259D$	Ocean color, aerosols
B5	$1230 - 1250$	500	**M8**	$1230 - 1250$	742×776	Cloud particle size
B6	$1628 - 1652$	500	**M10**	$1580 - 1670$	742×776	Binary snow map
B7	$2105 - 2155$	500	**M11**	$2225 - 2275$	742×776	Clouds

Cuadro 1: *MODIS channels in comparison whit VIIRS [?], [?]*

las bandas del sensor MODIS y VIIRS contienen la información de la Reflectancia de la Superficie y los datos estan representados en enteros de 12 bits en archivos con formato GEOTIFF para el sensor MODIS que permite que la información georeferenciada sea encajada en un archivo de imagen de formato TIFF. La información adicional incluye el tipo de proyección, sistema de coordenadas, elipsoide, datum y todo necesario para que la imagen pueda ser automáticamente posicionada en un sistema de referencia espacial. Otro formato en el cual se presentan las imagenes MOD09 es HDF cuya representación de los datos de reflectancia es de 16 bits. En el caso del sensor VIIRS Los datos básicos del satélite son transmitidos a la tierra como archivos RDR(Raw Data Records). Los datos RDR son procesados y convertidos a archivos SDR(sensor data records). Un número limitado de archivos SDR son procesados y convertidos a un archivo EDR(Environmental Data Record). El producto SR(Reflectancia de la superficie) pertenece a este grupo de datos EDR y cada archivo VIIRS se encuentran en formato HDF-5.

Los valores de reflectancia son escalados a un representación de 16 bits. Los datos ocupan 15 bits de un entero de 16 bits, el bit más significativo indica valores inválidos. Los valores de reflectancia sobre el rango dinámico $[D_{min}, D_{max}]$ es escalado al rango $[0, 32767]$ y representado en una variable entera [?]

Los datos que no corresponden a la reflectancia de la imagen pero son datos que no pudieron ser calibrados, en las tablas **??**, **??** y **??**, se muestra los valores utilizados en la generación de máscaras que definen las áreas que no son de interés durante el procesamiento de las bandas [?] [?].

Explanation	Data Value
Entire scans of L1A data are missing(same as Fill Value) or RSB Data not transmitted(night mode)	65535
L1A DN is missing within a scan	65534
Detector is saturated	65533
Cannot compute zero point DN	65532
Detector is dead	65531
RSB **dn**** bellow bottom end of range for writting to scaled integer	65530
RSB or TEB **dn**** above maximum allowed SI value (32767)	65529
Aggregation algorithm failure	65528
Rotation of Earth view Sector from nominal science collection position	65527
TEB Calibration coefficient b1 could not be computed (previously Moon in SV port for TEB band1)	65526
Subframe is dead	65525
(reserved for future use)	65501-65524
NAD closed upper limit	65500

Cuadro 2: *Reserved Data values which why data cannot be calibrated: MODIS TIFF [?]*

Capas en formato hdf	**unidades**	**tipo de dato**	**valores de relleno**	**valores válidos**	**factor de escala**
250m Surface Reflectance Band 1: (620-670 nm)	Reflectancia	16-bit signed integer	-28672	-100 - 16000	10000
250m Surface Reflectance Band 2: (841-876 nm)	Reflectancia	16-bit signed integer	-28672	-100 - 16000	10000
500m Surface Reflectance Band 3: (459-479 nm): (620-670 nm)	Reflectancia	16-bit signed integer	-28672	-100 - 16000	10000
500m Surface Reflectance Band 4: (545-565 nm)	Reflectancia	16-bit signed integer	-28672	-100 - 16000	10000
500m Surface Reflectance Band 5 (1230-1250 nm))	Reflectancia	16-bit signed integer	-28672	-100 - 16000	10000
500m Surface Reflectance Band 5 (1230-1250 nm))	Reflectancia	16-bit signed integer	-28672	-100 - 16000	10000
500m Surface Reflectance Band 6: (1628-1652 nm)	Reflectancia	16-bit signed integer	-28672	-100 - 16000	10000
500m Surface Reflectance Band 7: (2105-2155 nm)	Reflectancia	16-bit signed integer	-28672	-100 - 16000	10000
500m Reflectance Band Quality	Bit Field	16-bit signed integer	3	NA	NA
250m Reflectance Band Quality	Bit Field	16-bit signed integer	65535	NA	NA

Cuadro 3: *Datos para los productos MOD09 o MYD09, modis-hdf*

Name and meaning	**16-bit unsigned integer arrays**	**32 bit floating point arrays**
N/A- nop applicable	65535	-999.9
MISS- required value missing at time of processing	65534	-999.8
OBPT- Onboard pixel trim(Overlapping/bow-tie pixel removed during SDR processing)	65533	-999.7
OGPT- On-Ground pixel trim(Overlapping/bow-tie pixel removed during EDR processing)	65532	-999.6
ERR- Error ocurred during proccessing/non-convergence	65531	-999.5
ELINT- Ellipsoid intersect failed/ instrument line-of-sight does not interesect the earth's surface	65530	-999.4
VDNE- Value does not exist/ processing algorithm did not execute	65529	-999.3
SOUB- Scaled out-of-bounds/solution not within allowed range	65528	-999.2

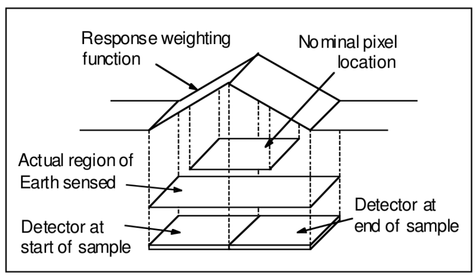
Cuadro 4: *VIIRS Fill Values [?]*

Características espaciales de los datos

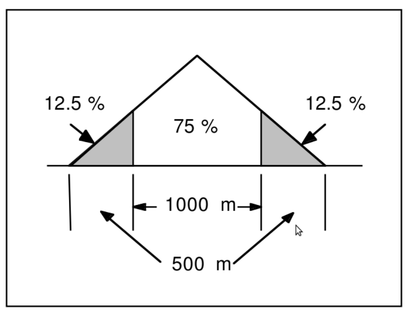
Para el procesamiento de las imágenes, es importante entender que representan exactamente los datos de los sensores y como dichas señales son recibidas, en esta sección haremos una breve descripción del proceso de obtención de datos desde los satélites SUOMI (VIIRS), Terra y Aqua(MODIS).

Tanto en MODIS como en VIIRS la geometría de los sensores es de múltiples detectores rectangulares: diez para cada banda de $1km$, veinte para cada banda de $500m$ y cuarenta para cada banda de $250m$ del sensor MODIS [?]. En el caso del sensor VIIRS cada M-band tiene 16 detectores y cada I-band tiene 32 detectores en la dirección *along-track*, para VIIRS los detectores son pequeños en la dirección *along-scan*.[?]. Estas bandas y detectores son nominalmente alineados dentro de elementos espaciales que coinciden.

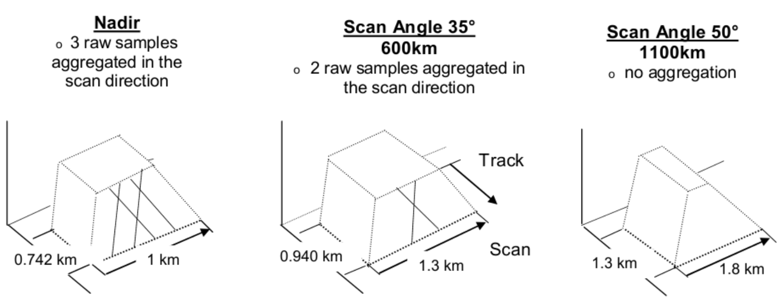
Podría pensarse que el detector de los satélites se fija sobre una localidad mientras se toma la muestra(pixel) y así sucesivamente para cada pixel, pero no es el caso, en su lugar el sensor percibe la señales usando un escaner espejo(para el sensor MODIS) o un telescopio (para VIIRS) que rota a una velocidad constante. Una muestra entonces consiste en un la intregación de diversas señales recibidas por el detector durante un intervalo de tiempo, por lo cual la imagen del suelo viaja a través del detector, en otras palabras el pixel se mueve a través de la superficie de la tierra.[?] [?] Entonces el resultado no es solo una muestra a lo largo de la línea de scan, si no es una serie de pesos triángulares de los pixeles como se muestra en la figura **??**. En el sensor VIIRS la forma de la función de respuesta es trapezoidal como se muestra en la figura **??**.



(a) *Triangular Response Function from the effective time weighting [?]*



(b) *Series of Triangular Weighted Pixels [?]*



(c) *VIIRS Spatial Response Functions [?]*

Figura 2: *Spatial Response Funtions for VIIRS and MODIS*

El sensor VIIRS oscila perpendicularmente a la dirección de la trayectoria con un ángulo de $\pm 56{,}28^o$, permite explorar una franja de terreno (swath) a ambos lados de la traza del satélite, cuyo ancho es de $3040km$. El sensor MODIS es un explorador de barrido: un espejo móvil que oscila perpendicularmente a la dirección de la trayectoria con un ángulo de $\pm 55^o$, permite explorar una franja de terreno (swath) a ambos lados de la traza del satélite, cuyo ancho es de $2,330km$.

Un gránulo típico de VIIRS consiste de 768 filas por 3200 columnas(M-band) o 1536 filas por 6400 columnas(I-band), resultado de 48 scans de 16 y 32 detectores respectivamente con una duración por scan de 1,779 seg. y una duración por gránulo de 86 segundos. Un gránulo grande son 4 granulos típicos, por lo que las nuevas dimensiones son de 3072 filas por 3200 columnas(M-band) o 6144 filas por 6400 columnas(I-band) y toma un tiempo de aproximadamente 6 minutos en ser tomados. Los datos en el sensor MODIS son similares dando como tiempo para tomar un gránulo de 5 minutos. [?]

Las extensiones de la superficie terrestre cuando el barrido del sensor inicia en una línea de scan *at nadir* es de 724m por 259m y crece aproximadamente a $1600m \times 1579m$ al finalizar el scan. Para mantener simétricamente las dimensiones de los pixeles se usa un esquema de **agregación**. Para el escaneo entre angulos $\pm 31.5892^o$ *at nadir* grupos de tres muestras(de detectores) son agregados para formar un pixel con dimensiones efectivas de $742m \times 776m$, entre ángulos de barrido de entre 31.589 y 44.68 a los lados del nadir se realiza un factor de agregación de dos muestras y ángulo más allá de ± 44.68 grados no se realiza la agregación [?]. Esta forma de generar pixeles es mostrado en la figura **??**.El crecimiento de los pixeles es limitado a aproximadamente dos veces *along-scan* y *along-track*, esto a diferencia del sensor MODIS donde el crecimiento es en proporción de seis.

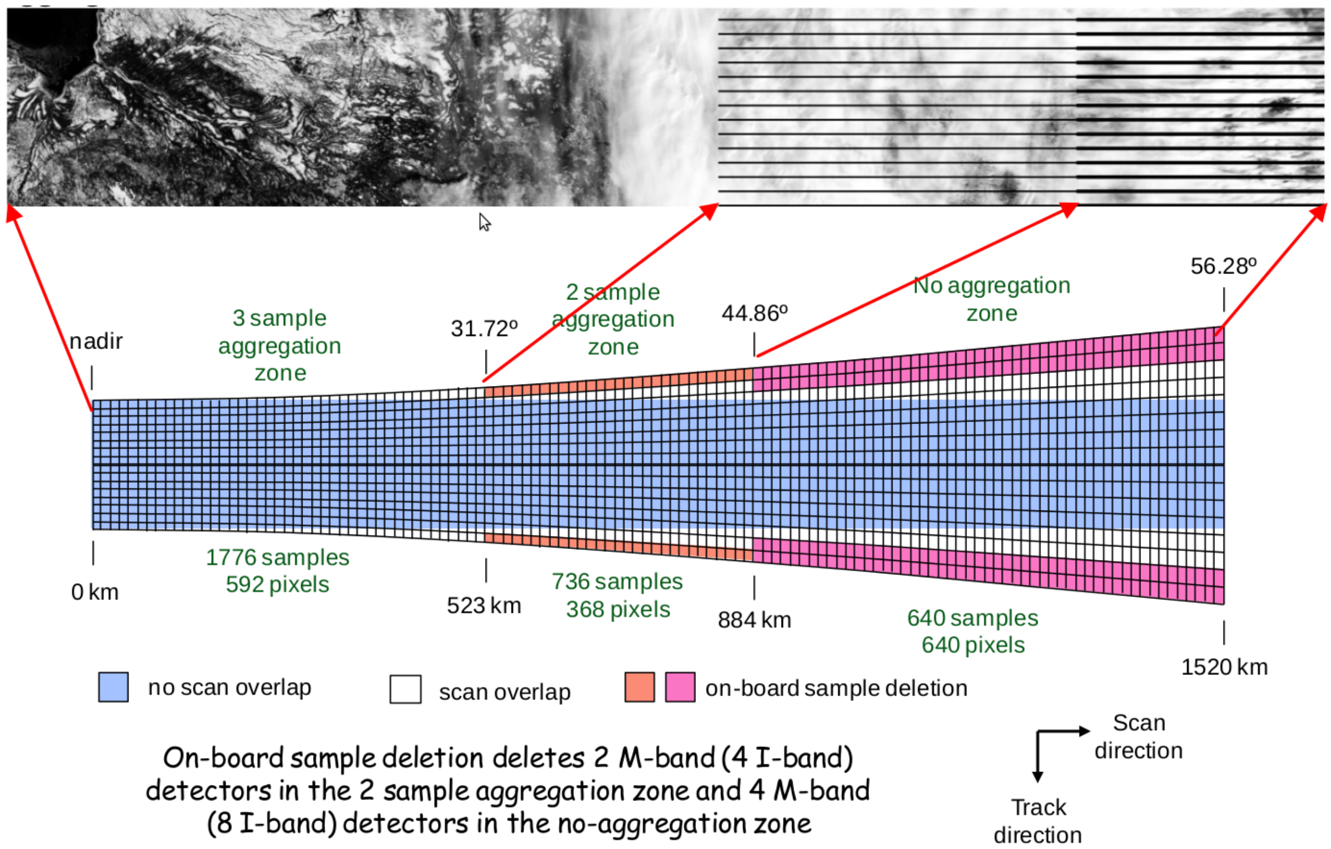


Figura 3: *Lower: schematics of Aggregation, bow tie effect and bowtie deletion fos M-bands, Upper: Example of bowtie deletion effect.[**?**]*

El diseño del sensor VIIRS toma en cuenta el crecimiento de la velocidad de los pixeles en la dirección *track* y *scan*, el ángulo de barrido del sensor VIIRS en la dirección de scan oscila entre $\pm 56{,}28^o$, durante este escaneo surge un crecimiento en el tamaño de los pixeles debido a los efectos geométricos y la curvatura de la tierra, este efecto es mucho mayor a lo largo del *scan*, pero la agregación limita dicho crecimiento hasta un factor de dos *along track* y *along scan*, este efecto es comúnmente llamado **bow tie effect**, ver figura **??**, **??**.

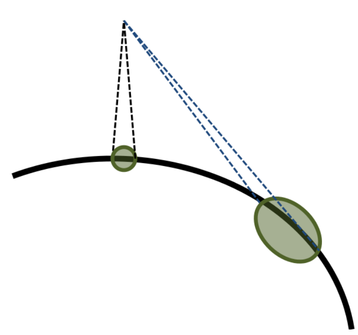


Figura 4: *bowtie effect. [**?**]*

El ancho de cada scan incrementa de 11.7km a 25.8km al finalizar el scan, entonces de scan a scan existe un translape de información. Dicho efecto empieza a ser notorio para ángulo mayores a 19^o; El tamaño de translape es de uno y dos pixeles para ángulos de $31{,}72^o$ y $44{,}86^o$respectivamente. Para tratar de resolver en gran medida estos efectos, se maneja que los pixeles no sean transmitidos y sean eliminados y marcados como *fill values*. Este proceso es llamado **bow-tie deletion**. Como resultado en la imagen terrestre se visualiza como segmentos de líneas perdidas. Estos artefactos desaparecen cuando la imagen es proyectada sobre la superficie terrestre.**??**.

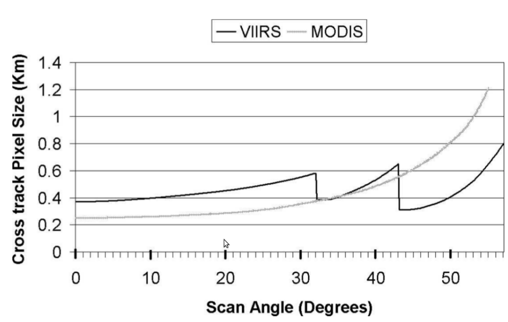


Figura 5: *Comparison of cross-track pixel size.:VIIRS 0.38km(nadir) resolutions vs MODIS 0.24km(nadir) resolution [**?**]*

4. DOWNSCALING

4.1. Resumen

En este trabajo se presentará la metodología utilizada para mejorar la resolución espacial de las imágenes satélitales de las bandas de baja resolución espacial B3-B7 MODIS y sus análogas M3, M4, M8, M10 y M11 del sensor VIIRS. Se implementaron algunas modificaciones al artículo de Trishchenko [?] que propone mejorar espacialmente las imágenes MODIS de 500m a 250m de resolución espacial.

El proceso de mejoramiento de la resolución espacial utiliza información de las bandas de alta resolución (B1 y B2 para MODIS e I1, I2 para VIIRS) como variables predictores que construir la nueva información de las bandas de baja resolución, se utiliza las bandas de alta resolución debido a que el estudio de correlación realizado entre las bandas tienen un comportamiento de correlación negativo-positivo con las bandas de alta resolución por lo que se pueden utilizar como componenetes para estimar las nuevas bandas.

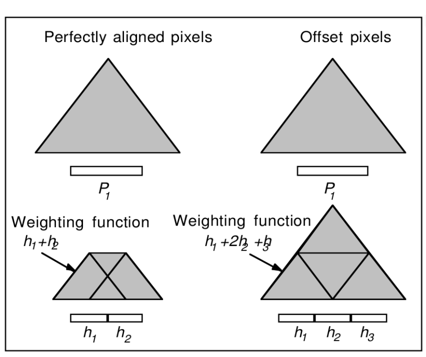
Durante la lectura de los datos se utilizan las tablas **??** y **??** para obtener máscaras de procesamiento de las imágenes que consisten en imágenes de tipo de datos *binario*, formadas para diferenciar las áreas que se desea procesar de la imagen en cada una de las bandas que participan en el proceso contra áreas que consisten en pixeles muertos o áreas de la imagen que no contienen información del escaneo de datos.

Durante el procesamiento de los datos, estos son manejados en *float* de 32 bits, para ello al inicio del procedimiento se realiza un escalamiento de los datos con el rango dinámico de éstos para manejarlos en una escala $[0, 1]$ y evitar problemas numéricos ocasionados por el número de condición alto en las matrices utilizadas para solucionar sistemas de ecuaciones.

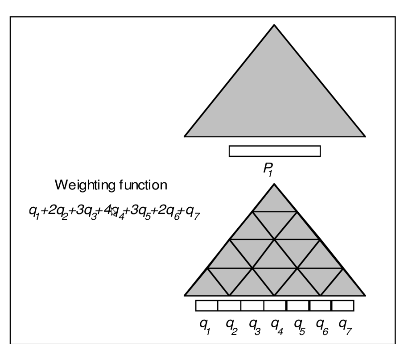
Una vez que se cuenta con las bandas y máscaras correspondientes es necesario para el proceso de regresión hacer el registro las bandas de alta resolución a sus análogas bandas de baja resolución, Este registro entre bandas es explicado a continuación y es diferente para cada tipo de instrumento(MODIS Y VIIRS).

4.2. Registro entre bandas

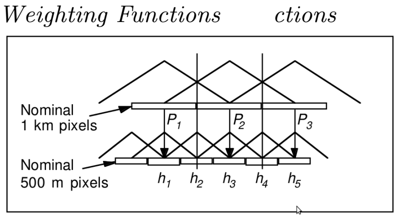
En la dirección *along-track* el sensor MODIS es aproximadamente rectangular, una observación de $1km$ cubre exactamente dos observaciones de $500m$ y cuatro de $250m$, pero como ya se menciono en el capitulo anterior la situación en la dirección *along-scan* es diferente debido a que el sensor es triángular. MODIS es construido para que inicie la función de peso para los pixeles a 500m en el mismo lugar que los pixeles a 1km, en el ejemplo de la figura **??** el pixel de 1km P_2 cubre la misma región que la mitad de de pixel h_2 y h_4 y el pixel completo h_3, lo mismo para los pixeles de la siguiente fila, lo cual significa que cuatro pixeles nominales de $250m$ o dieciseis pixeles nominales de $250m$ no cubren un pixel de $1km$, en la figura **??** se muestra la relación existente. Para cubrir espacialmente la región de un pixel de 1km, son necesario dos pixeles completos y cuatro pixeles medios de $500m$, de manera que se requieren doce pixeles completos y ocho medios pixeles de 250m. Sin embargo para observar el peso de cada unos de los pixeles, es necesario combinar la señal de los seis pixeles de $500m$ o veintiocho pixeles de $250m$.(que están fuera del pixel nominal de $1km$), como se observa en las figuras **??** **??** .[?]



(a) *Equivalent 500 m Weighting Functions*



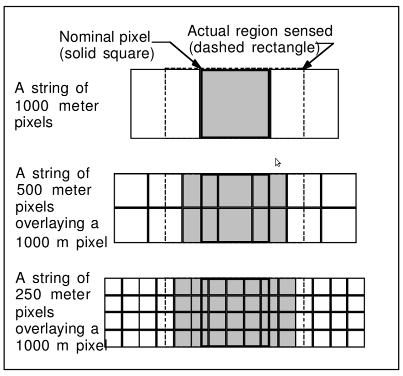
(b) *Equivalent 250 m Weighting Functions*



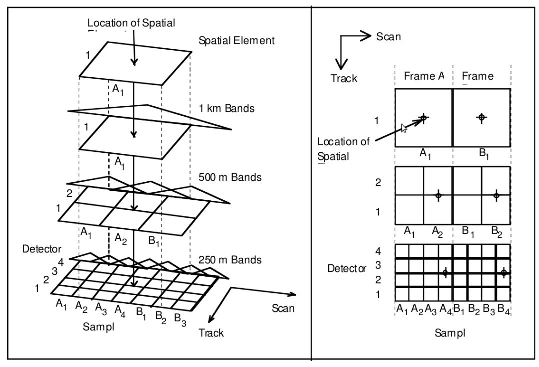
(c) *Registration of 500 m y 1 km pixels*

Figura 6: *Registro de bandas MODIS: Imagenes tomadas de [?]*

Debido a que los pixeles no estan completamente alineados, no se puede establecer una suma de cuatro pixeles de $500m$ como resultado de un pixel de $1km$, sin embargo con lo mencionado anteriormente con los pixeles offset mediante el ajuste de tiempo de muestreo, hay una simple combinación lineal de tres pixeles de 500m. (en realidad seis) con la misma función de peso mostrada en para pixeles de 1km. Del mismo modo, es posible encontrar una combinación lineal de pixeles de $250m$ que tengan la misma función de peso para estimar un pixel $500m$ o estimar un pixel de $1km$.[?]



(a) *Higher Resolution Pixels Needed to Generate 1 km Pixels*



(b) *MODIS spatial element location*

Figura 7: *Bands Spacial Location:MODIS [?]*

En el sensor VIIRS, el registro de las bandas se produce de forma simple debido a que las bandas I y M estan alineadas, lo que significa que los frames de resolución *moderate* cubren casi la misma cobertura de superficie terrestre que dos frames de resolución *Imagery* [?]. En conclusión VIIRS fue diseñado para colocar 2×2 pixeles de la Banda I dentro de un pixel de la banda M.

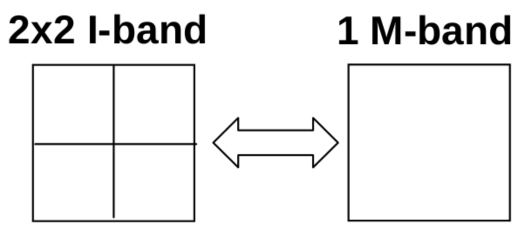
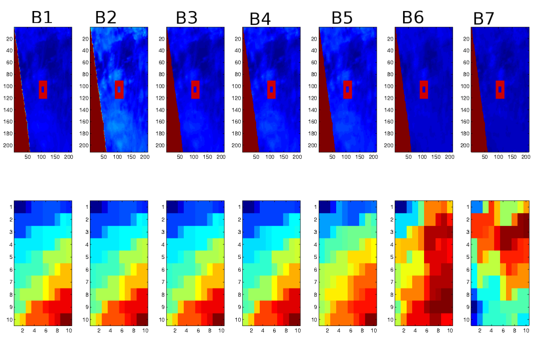


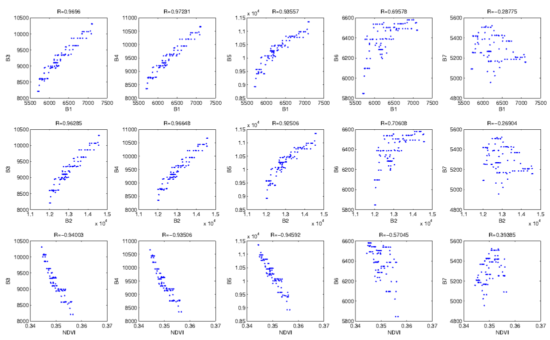
Figura 8: *Registration VIIRS bands [?]*

4.3. Regresión

Se puede observar en las figuras **??**y **??** que existe un alto grado de correlación entre las bandas de alta resolución y baja resolución del sensor MODIS y del sensor VIIRS respectivamente. En el sensor MODIS las bandas B3, B4, B6 y B7 tienen un alto grado de correlación lineal con la banda B1, mientras que la banda B6 tiene un grado menor de correlación con B1 pero alta correlación con B2, Entonces las bandas B1 y B2 y NDVI contribuyen como componentes básicos en la construcción de los otros canales. Los canales B3, B4, B6 y B7 muestran correlación negativa con NDVI(índice de vegetación normalizado) y el canal B7 muestra una relación no lineal con NDVI.

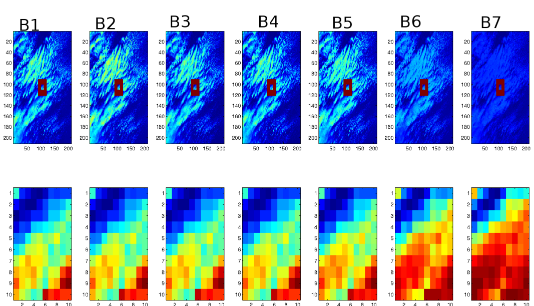


Secciones de 10×10 *pixeles*

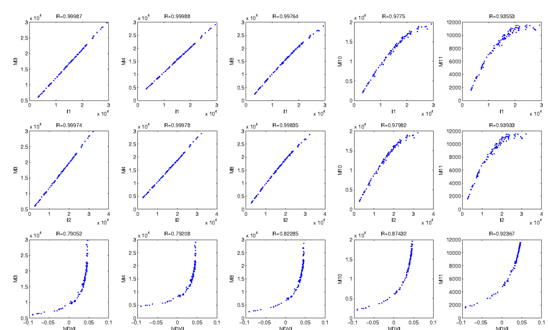


Correlación entre bandas

Figura 9: *Correlación entre las bandas B1,B2 y NDVI contra las bandas B3-B7 del sensor* MODIS



Secciones de 10×10 *pixeles*



Correlación entre bandas

Figura 10: *Correlación entre las bandas B1,B2 y NDVI contra las bandas B3-B7 del sensor* VIIRS

Trishchenko[**?**] propone el procesamiento de las imágenes MODIS haciendo una división en pequeños bloques y generando una regresión no lineal entre las bandas B_3 a B_7 y B_1, B_2 y $NDVI$ **??**. La regresión múltiple usando los canales de alta resolución y $NDVI$ pueden mejorar resultados en comparación con un modelo de regresión lineal con un predictor, además se sugiere un modelo no lineal que mejora resultados de no linealidad que se generan entre algunas bandas de los sensores.

El modelo de regresión propuesto por Trishchenko[**?**] tiene la forma:

$$G\left(B_1(x), B_2(x), a\right) = Bn(x) = a_0 + (a_1 B_1(x) + a_{2,i} B_2(x))(1 + a_3 NDVI(x) + a_4 NDVI(x)^2) \tag{1}$$

Se busca encontrar los parámetros de un modelo de regresión $B_n(x) = G(B1(x), B2(x), a)$ para estimar $B_n(x)$ de $B_1(x)$ y $B_2(x)$, donde G es una función paramétrica, x un punto en $\mathbb{R}^2$, $NDVI$ es el índice normalizado de vegetación **??** y a un vector de parámetros que pretende minimizar la siguiente función:

$$\min_a F(a) = ||y_i - G(B_1(x), B_2(x), a)|| \tag{2}$$

$$NDVI(x) = \frac{B_2(x) - B_1(x)}{B_2(x) + B_1(x)}. \tag{3}$$

Reescribimos el problema de minimización como un problema de mínimos cuadrados no lineales **??**.

$$\min_a F(a) = \sum_{i=1}^{m} [y_i - G(B_1(x_i), B_2(x_i), a)]^2 \tag{4}$$

Definimos la función $\mathbf{f} : \mathbb{R}^5 \longrightarrow \mathbb{R}$ como

$$\mathbf{f}(a) = y - G\left(B_1(x), B_2(x), a\right) \tag{5}$$

Trischenko propone el uso del método de mínimos cuadrados no lineales con Levenberg-Marquardt para buscar los coeficientes de regresión, esto implicaría en cada iteración resolver el siguiente sistema:

$$\left(\mathbf{J}^T\mathbf{J} + \mu\mathbf{I}\right)\mathbf{h}_{lm} = -\mathbf{g} \tag{6}$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{J}_{ij} &= \tfrac{\partial f_i(a)}{\partial x_j}(x) \\
\mathbf{J}_i(a) &= \begin{bmatrix} 1 \\ \left[1 + a_3 NDVI(x_i) + a_4 NDVI^2(x_i)\right]\left[B_1(x_i)\right] \\ \left[1 + a_3 NDVI(x_i) + a_4 NDVI^2(x_i)\right]\left[B_2(x_i)\right] \\ \left[a_1 B_1(x_i) + a_2 B_2(x_i)\right] NDVI(x_i) \\ \left[a_1 B_1(x_i) + a_2 B_2(x_i)\right] NDVI(x_i) \end{bmatrix}^T
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Para ver más información ir al Mínimos cuadrados.

Debido a que se trabajan con imágenes de gran tamaño, se deben resolver cientos de miles de sistemas, por lo que una de las formas propuestas para reducir el tiempo computacional es trasladar un problema de mínimos cuadrados no lineales a un problema de mínimos cuadrados lineales y utilizar una descomposición cholesky para resolverlo. Definimos $N(x) = NDVI(x)$, tomando la ecuación **??** y desarrollando los múltiplos de dicha ecuación tenemos que:

$$
\begin{aligned}
&Bn(x) = a_0 + (a_1 B_1(x) + a_2 B_2(x))(1 + a_3 N(x) + a_4 N(x)^2) \\
&Bn(x) = a_0 + a_1 B_1(x) + a_2 B_2(x) + a_1 a_3 B_1(x) N(x) + a_2 a_3 B_2(x) N(x) + a_1 a_4 B_1(x) N^2(x) + a_2 a_4 B_2(x) N^2(x) \\
&\mathbf{Bn(x) = \boldsymbol{\theta_0} + \boldsymbol{\theta_1} B_1(x) + \boldsymbol{\theta_2} B_2(x) + \boldsymbol{\theta_3} B_1(x) N(x) + \boldsymbol{\theta_4} B_2(x) N(x) + \boldsymbol{\theta_5} B_1(x) N^2(x) + \boldsymbol{\theta_6} B_2(x) N^2(x)}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Ahora tenemos una modelo de regresión con parámetros lineales y en lugar de estimar cinco parámetros en el modelo no lineal, en su lugar estimaremos siete parámetros de un modelo lineal.

Podemos entoces trasladar el problema de regresión como un problema de minimización cuadrática donde la función a minimizar esta dada por:

$$
F(\theta) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}(f(\theta))^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}(y_i - B_n(\theta, x_i))^2 = \frac{1}{2}||A\theta - b||^2 \tag{9}
$$

$$
\mathbf{A}\theta - \mathbf{b} = \begin{bmatrix}
1 & B_1(x_0) & B_2(x_0) & B_1(x_0)N(x_0) & B_2(x_0)N(x_0) & B_1(x_0)N^2(x_0 & B_2(x_0)N^2(x_0) \\
1 & B_1(x_1) & B_2(x_1) & B_1(x_1)N(x_1) & B_2(x_1)N(x_1) & B_1(x_1)N^2(x_1) & B_2(x_1)N^2(x_1) \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & B_1(x_{n-1}) & B_2(x_{n-1}) & B_1(x_{n-1})N(x_{n-1}) & B_2(x_{n-1})N(x_{n-1}) & B_1(x_{n-1})N^2(x_{n-1}) & B_2(x_{n-1})N^2(x_{n-1})
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_6 \end{bmatrix}
-
\begin{bmatrix} B_n(x_0) \\ B_n(x_1) \\ \vdots \\ B_n(x) \end{bmatrix}
$$

La propuesta de solución visto en el apéndice **??** sugiere la solución vía *transformaciones ortogonales*, pero no será facilmente resuelto debido a que la matriz $\mathbf{A^T A}$ puede tener columnas linealmente dependientes por perdida de datos o por que algunas de las componentes sea 0(numericamente), entonces la matriz $A^T A$ no será de rango completo y al ser una matriz singular no tendría una factorización única (ver apéndice **??**). si agregamos un potencial convexo para obtener una solución de mínima norma (regresión ridge), garantizamos una factorización única.

$$
F(\theta) == \frac{1}{2}||A\theta - b||^2 + \lambda||\theta||^2 \tag{10}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(\mathbf{A^T A} + \lambda \mathbf{I}\right)\theta - \mathbf{A^T b} = \mathbf{0} \\
&\mathbb{A}\theta - b = 0
\end{aligned}
\tag{11}
$$

donde: $\mathbb{A} \in \mathbb{R}^{7\times 7}$, $\theta \in \mathbb{R}^{7\times 1}$, $b \in \mathbb{R}^{7\times 1}$

$$
\mathbf{A^T b} = b = \begin{bmatrix}
\sum_x b_3 \\
\sum_x b_1(x) b_3(x) \\
\sum_x b_2(x) b_3(x) \\
\sum_x b_1(x) n(x) b_3(x) \\
\sum_x b_2(x) n(x) b_3(x) \\
\sum_x b_1(x) n^2(x) b_3(x) \\
\sum_x b_2(x) n^2(x) b_3(x)
\end{bmatrix}
$$

$$
\mathbf{A^T A} + \lambda I = \mathbb{A} =
$$

$$
\begin{bmatrix}
N + \lambda & \sum_i B_1(x_i) & \sum_i B_2(x_i) & \sum_i B_1(x_i)N(x_i) & \sum_i B_2(x_i)n(x_i) & \sum_i B_1(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_2(x_i)n^2(x_i) \\
\sum_i B_1(x_i) & \sum_i B_1^2(x_i) + \lambda & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i) & \sum_i B_1^2(x_i)N(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N(x_i) & \sum_i B_1^2(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^2(x_i) \\
\sum_i B_2(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i) & \sum_i B_2^2(x_i) + \lambda & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N(x_i) & \sum_i B_2^2(x_i)N(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_2^2(x_i)N^2(x_i) \\
\sum_i B_1(x_i)N(x_i) & \sum_i B_1^2(x_i)N(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N(x_i) & \sum_i B_1^2(x_i)N^2(x_i) + \lambda & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_1^2(x_i)N^3(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^3(x_i) \\
\sum_i B_2(x_i)N(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N(x_i) & \sum_i B_2^2(x_i)N(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_2^2(x_i)N^2(x_i) + \lambda & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^3(x_i) & \sum_i B_2^2(x_i)N^3(x_i) \\
\sum_i B_1(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_1^2(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_1^2(x_i)N^3(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)B^3(x_i) & \sum_i B_1^2(x_i)N^4(x_i) + \lambda & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)B^4(x_i) \\
\sum_i B_2(x)n^2(x) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_2^2(x_i)N^2(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^3(x_i) & \sum_i B_2^2(x_i)N^3(x_i) & \sum_i B_1(x_i)B_2(x_i)N^4(x_i) & \sum_i B_2^2(x_i)N^4(x_i) + \lambda
\end{bmatrix}
$$

El número de condición de las matrices calculadas en varias secciones es grande, por lo que para un manejo adecuado de la precisión se escalan todos estos en el rango $[0, 1]$ y se realiza una suma a los elementos de la diagonal principal con el valor de λ para obtener un mejor resultado numérico en la solución. La matriz $\mathbb{A}$ es simétrica y positiva definida, por lo que se uno de los métodos ampliamente estudiados para resolver los sistemas lineales es *Cholesky* muy conocido por su eficiencia superior y la estabilidad numérica.

La descomposición de Cholesky se utiliza principalmente para la solución numérica de las ecuaciones lineales $Ax = b$. Si A es simétrica y definida positiva, entonces podemos resolver $Ax = b$ calculando primero la descomposición de Cholesky $A = LL^T$, $Ly = b$ entonces calcular la solución para y con la sustitución hacia adelante, y finalmente, resolver la solución de $L^T x = y$ para x por sustitución hacia atrás .

La factorización Cholesky, en el fondo, es una descomposición LU. La ventaja es que el costo de cálculo de la matriz LL^T es menor que el de L y U. Sin embargo añadimos al procesamiento el calculo de n raices cuadradas para obtener LL^T. Los elementos de la matriz LL^T son:

$$
\begin{aligned}
l_{ii} &= \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} (l_{ik})^2} \\
l_{ij} &= \frac{1}{l_{ii}} \left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} l_{jk} \right), j = i+1, i+2, .., n
\end{aligned} \tag{12}
$$

Una variante estrechamente relacionado de la descomposición de Cholesky clásica es la descomposicin de LDL^T, donde L es una matriz inferior unitriangular y D es una matriz diagonal. Esta descomposición está relacionado con la descomposición de Cholesky clásica, de la forma LL^T, de la siguiente manera:

$$
LDL^T = LD^{\frac{1}{2}} D^{\frac{1}{2}} L^T = LD^{\frac{1}{2}} (LD^{\frac{1}{2}})^T
$$

$$
\begin{aligned}
d_{ij} &= a_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{jk}^2 d_{kk} \\
l_{ij} &= \left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} d_{kk} l_{jk} \right) \times \left(\frac{1}{d_{jj}} \right)
\end{aligned} \tag{13}
$$

A partir de la descomposición LDL^T se puede resolver el sistema y encontrar el vector de parámetros x haciendo las siguiente sustitución hacia atrás.

Define

$$
\begin{aligned}
A &= LDL^T \\
\mathbf{LDL^T} x &= b
\end{aligned}
$$

- Resuelve con sustitución hacia adelante:

$$
\begin{aligned}
Lz &= b \\
z &= DL^T x \\
z_i &= b_i - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik} z_k, i = 1, 2, ..n;
\end{aligned}
$$

- Con z resuelve

$$
\begin{aligned}
Dy &= z \\
y &= L^T x \\
y_i &= \frac{z_i}{d_{ii}}, i = 1, 2, ..n;
\end{aligned}
$$

- Finalmente con y, resuelve con sustitución hacia atrás para encontrar x

$$
\begin{aligned}
L^T x &= y \\
x_i &= y_i - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ki} x_k, i = 1, 2, ..n;
\end{aligned}
$$

La variante de LDL^T, si se aplican de manera eficiente, requiere el mismo espacio y la complejidad computacional para construir las matrices triangulares, **pero evita la extracción de raices cuadradas**, muy importante para el tipo de matrices que estamos manejando. Algunas matrices indefinidos para los que no existe descomposición de Cholesky pueden tener una descomposición LDL^T con entradas negativas en D. Por estas razones, a menudo se prefiere la descomposición de LDL^T.

Este modelo de regresión es aplicado a cada bloque de $n \times m$ pixeles en las imágenes de $500m$ (ver figura **??**), clculando cada mdelo cada $s \times l$ avance de pixeles, por lo que para realizar el calculo de parámetros con la regresión lineal tenemos $n \times m$ datos(dependiendo del tamaño de la caja) pero como se menciono en un inicio para el manejo correcto de los datos utilizamos máscaras de procesamiento lo que puede disminuir esta cantidad, pero evitamos el procesamiento de cajas cuyo número de datos válidos sea menor a 50. La forma de avance de los bloques implica un traslape de mdelos en cada zona(ver numeración de la figura **??**), los cuales son procesados eligiendo la media, el máximo o el mínimo en dicha zona de translape con la idea de tener una mejor predicción de datos debido a la cantidad de translapes que se tenga.

El número de caja aproximado en un procesamiento de una imagen del sensor MODIS, es de 5000000, sin embargo este nmero varia acorde al tamao de las cajas y el avance para traslape que se elija. En varias pruebas realizas en *matlab* se demostró que el tiempo de cómputo de la estimación con la descomposición LDL^T con el modelo lineal en los parámetros **??** es excesivamente menor respecto a la regresión del modelo no lineal resuelto con Levenberg-Maquardt **??**.

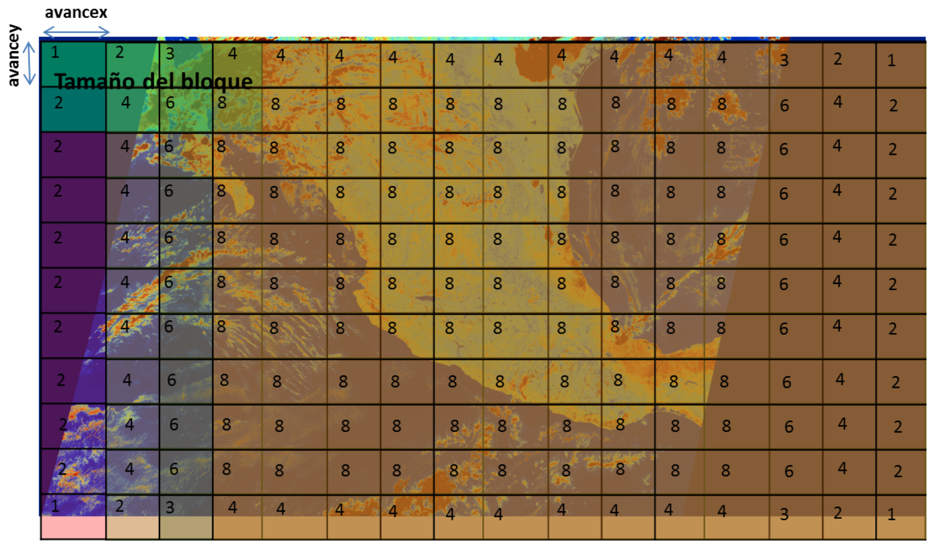
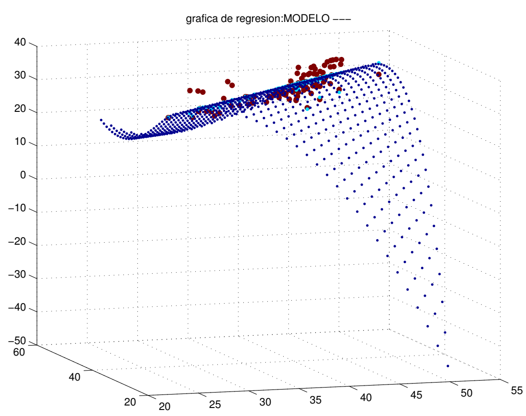
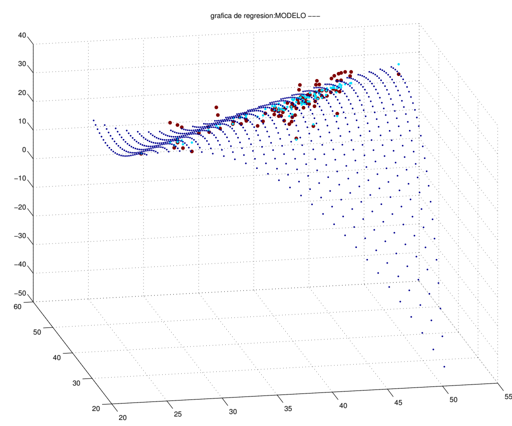


Figura 11: *Imagen Satelital: Cajas de procesamiento*



(a) *Regresión con* ***Levenberg-Maquardt*** *del modelo* ***no lineal*** **??**



(b) *Regresión con* $\mathbf{LDL^T}$ *del modelo* ***lineal*** **??**

Figura 12: *Gráficas que muestran la presición y similitud del modelo de Trischenko en su versión lineal y no lineal para una sección de* 10×10 *pixeles.*

Paralelización con openMP

Hoy día todos los ordenadores de casa o los servidores tienen al menos dos cores o más, estos sistemas multiprocesadores se diferencian por tener memoria compartida o distribuida. Los multiprocesadores con memoria compartida, comparten todo el rango de direccionamiento de memoria, mientras que en los sistemas con memoria distribuida, cada microprocesador dispone de su propio rango de memoria y no pueden acceder, al menos directamente a la memoria de otro microprocesador. Para realizar el procesamiento de fusión de imágenes en este proyecto se planeó la paralelización con sistemas de memoria compartida.

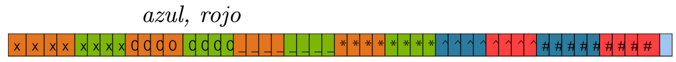
El modelo de regresión adaptativa consume mucho tiempo computacional, debido a que se procesan varias veces todos los pixeles [?]. Los métodos propuestos en este trabajo son altamente paralelizables. Recordemos que se calculan aproximadamente de 10000 hasta 5000000 de modelos de regresión (dependiendo del tamaño de las cajas y el área válida de procesamiento). Debido a que cada modelo es independiente de otro, pueden estimarse simultaneamente con el uso de herramientas de paralelización y aprovechando los avances en el cómputo en paralelo. Se utiliza la metodología OpenMP para este propósito.

En la programación en paralelo se debe tener cuidado con el uso de la memoria, si un hilo crea un espacio de memoria, los hilos que se ejecuten en otro microprocesador tendrán un acceso más lento a esta memoria. Si cada hilo OpenMP operará especialmente sobre una parte concreta de la memoria, es mejor que la inicialización se haga de manera distribuida. Así, cada hilo tendrá la memoria que más usa más cerca y mejorará el rendimiento al disminuir la latencia.

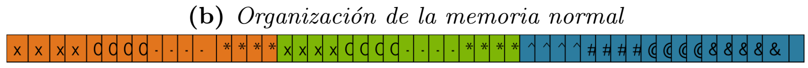
Para realizar la paralelización de la regresión adaptativa se recurre a hacer un reacomodo en la memoria para evitar la latencia antes mencionada. Cada *thread* se ejecutará en un *core* de lo contrario se reduce considerablemente la eficiencia. El principal cuello de botella es en el acceso a la RAM dado que solo existe un canal de comunicación. Para reducir ésta latencia se le ha agregado otro nivel de cache, llamado L2 y por lo cual dentro de las estrategias para mantener a cada *core* accesando lo más posible a su propio cache es trabajar cada *core* en bloques de memoria contiguos y hacer que cada *core* trabaje en localidades de memoria diferentes.

La memoria RAM para cada banda se maneja como un arreglo unidimensional, entonces cuando se desea agrupar por cajas la memoria de cada caja de procesamiento(10×10 o 5×5 pixeles) los datos se encuentran separados en la organización normal de la memoria

(a) *Ejemplo de memoria de cajas (4× 4) de procesamiento: Naranja, verde, azul, rojo*



(b) *Organización de la memoria normal*



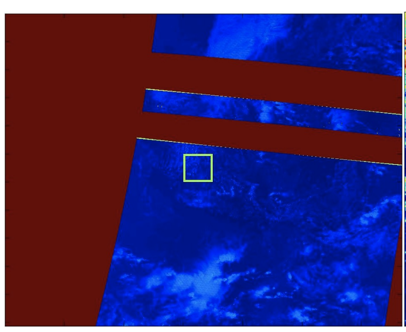
(c) *Organización de la memoria para openMP*

Figura 13: *Organización de la memoria para mejorar el acceso de cada core*

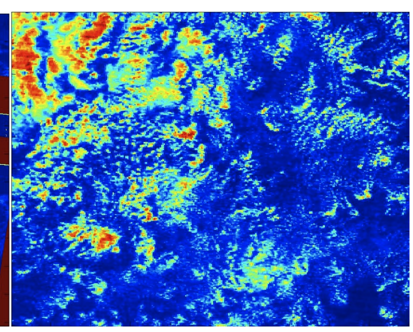
Interpolación de parámetros

Al realizar la regresión lineal sobre las cajas de procesamiento, en regiones de las bandas donde existe un cambio significativo en la cobertura terrestre, se observa que entre pixeles contiguos de cajas existen cambios entre los pixeles que son muy notables y han sido ocasionados también por el error en la estimación de parámetros para esos pixeles. Por ello se ha recurrido a evitar los cambios bruscos en las imágenes y realizar una interpolación bicúbica en el espacio de parámetros ver la figura **??**. (para más detalle ver el apéndice **??**).

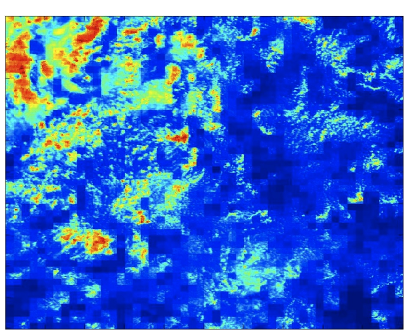
Para cada caja x_k de la imagen se tiene un conjunto de siete parámetros $\theta_k \in R^7$ calculados durante la regresión. Para cada parámetro θ_{ik} se tienen aproximadamente 100000 muestras con las que se pueden estimar para cada pixel el parámetro θ_{ik} correspondiente realizando una interpolación bicúbica en el espacio de parámetros. En la imagén **??** tomamos una sección de la banda B_3 de $500m$ del sensor MODIS **??** y obtenemos los parámetros para cada caja de 20×20 pixeles, aplicamos la regresión y calculamos los nuevos datos **??** en cuya imagen resultado puede verse los cambios notorios entre cada conjunto de pixeles de cada caja, finalmente mostramos la imagen corregida agregando la interpolación bicúbica en el espacio de parámetros **??**.



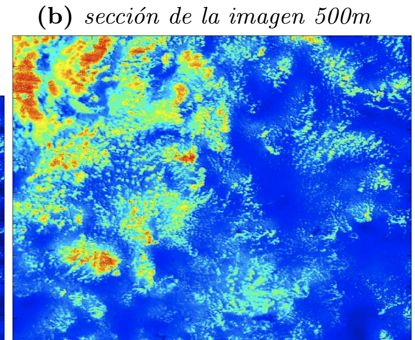
(a) *Imagen Completa*



(b) *sección de la imagen 500m*



(c) *Imagén solo regresión 250m .*



(d) *Imagén Mejorada con interpolación en el espacio de parámetros 250m*

Figura 14: *Interpolación Bicúbica en el espacio de parámetros*

Las pruebas mostraron que el proceso de interpolación de parámetros mejoraba la zonas homogéneas, pero alteraba las zonas con alto contraste como las divisiones entre el mar y la tierra o las nubes, por lo que el proceso de interpolación de parámetros fue eliminado de la cadena de procesamiento, documentando el proceso para su uso posterior.

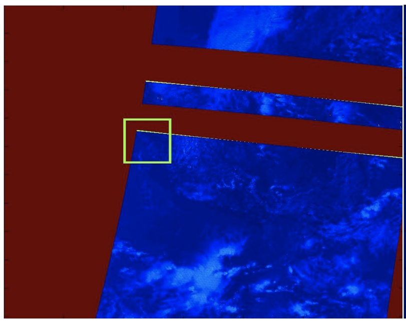
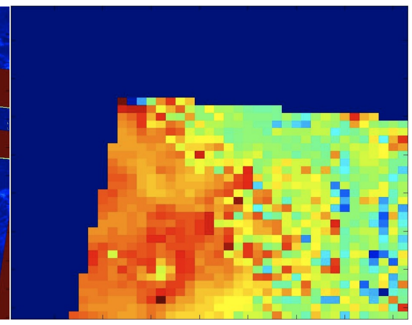
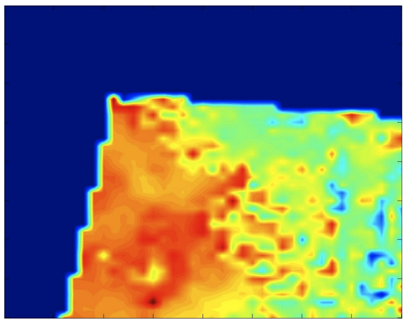


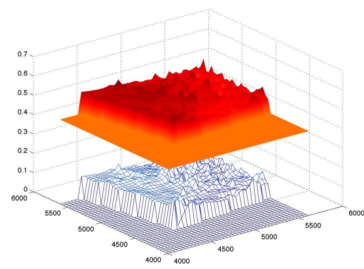
Imagen Completa



(a) *Parámetro θ_0 en la sección*



(b) *Interpolación del parámetro θ_0*



(c) *Interpolación del parámetro θ_0*

Figura 15: *Interpolación Bicúbica del parámetro θ_0 para Banda 3 del sensor MODIS*

4.4. Filtro de datos atípicos

A pesar de la interpolación de los parámetros en los datos, existen datos que por su naturaleza están fuera de los rangos establecidos en las bandas, esto se debe a que fueron estimados incorrectamente durante el proceso de regresión o incluso fueron malestimados en el proceso de recolección de datos del sensor. Otro proceso aplicado a la fusión de imágenes es eliminación y estimación de los datos atípicos $x_{i,j}$. Sabemos que los datos se encuentran en un rango previamente establecido $[a, c]$, para corregir aquellos datos fuera del intervalo aplicamos la siguiente máscara ocho conectado a los datos atípicos para sustituir dichos valores por una estimación de los vecinos.

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_{new} = \sum_{k=-1}^{1} \sum_{l=-1}^{1} M_{k+1,l+1} * x_{i+k,j+l} \tag{14}$$

Además a partir de este proceso puede resultar que el datos continue fuera del rango de los valores límite, lo cual puede causar problemas en la visualizacin en la imagen pues si el rango de valores válidos es positivo(valores usigned) un valor negativo incluso cercano a 0 puede ser convertido en un valor positivo unsigned en la escritura de resultados, por lo cual se hace un segundo filtro de datos cuidando este tipo de valores y en el peor de los casos sustutuirlo por el valor que contenía en la imagen de baja resolución.

4.5. Normalización

En el caso particular de MODIS, para preservar la consistencia radiométrica, el paso final involucra un proceso de normalización para asegurarse de que el resultado es consistente en comparación con la banda de baja resolución original MODIS a 500m *at nadir* y VIIRS a 375m *at nadir*. Por las características del satélite, el procedimiento de registro de una imagen de 500m a una imagen de 250m se debe realizar con un promedio ponderado de un grupo de 3x2 pixeles de 250m con pesos de 0.25 para los dos pixeles de los bordes y 0.5 para el pixel central [0.25 0.5 0.25], por lo tanto para la normalización se debe resolver el siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2a_1\rho_1 + a_2\rho_2 &= 3r_1 \\ a_2\rho_2 + 2a_3\rho_3 + a_4\rho_4 &= 4r_2 \\ a_4\rho_4 + 2a_5\rho_5 + a_6\rho_6 &= 4r_3 \\ &\ldots\ldots \\ a_{2n-2}\rho_{2n-2} + 2a_{2n-1}\rho_{2n-1} + a_{2n}\rho_{2n} &= 4r_n \end{aligned} \tag{15}$$

donde ρ_i es el promedio de la reflectancia de dos pixeles de 250m localizados en la misma columna de dos lineas consecutivas que contribuyen a un pixel de 500m, r_i es el valor de la reflectancia del pixel de 500m, a_i es el factor desconocido de la normalización y n es el número de elementos en la fila de la imagen de baja resolución.

El proceso de normalización original de Trishchenko [?] consiste en inicializar $a_1 = a_2$ y resolver el sistema de arriba hacia abajo asumiento que los último dos factores son iguales en cada línea, quedando una solución "fordward"a'. De forma similar obtenemos una solución "backward"a'' iniciando de abajo haca arriba, pero en este caso asumimos que los últimos factores $a_{2n-2}, a_{2n-1}, a_{2n}$ son iguales y en las siguientes líneas de abajo hacía arriba los primeros dos factores son iguales. Una vez hecho esto la normalización final será:

$$a_i = a_i' + a_i'' \tag{16}$$

Otra forma de encontrar los valores es la propuesta a continuación, el sistema lineal que representa al sistema de ecuaciones está dado por:

$$\begin{bmatrix} 2\rho_1 & \rho_2 & & & & & & \\ & \rho_2 & 2\rho_3 & \rho_4 & & & & \\ & & & \rho_4 & 2\rho_5 & \rho_6 & & \\ & & & & & \vdots & & \\ & & & & & \rho_{2n-2} & 2\rho_{2n-1} & \rho_{2n-2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_{2n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix}$$

Debido a que el problema es incosistente y tiene múltiples soluciones, representamos el problema como problema de minimización que sugiere optimizar con el siguiente problema de minimización $Da - m = 0$

$$\min_a F(a) = \frac{1}{2} \parallel Da - m \parallel^2 + \frac{1}{2}\lambda \parallel a - 1 \parallel^2$$

$$\min_a \frac{1}{2}\left[2\rho_1 a_1 + \rho_2 a_2 - 3r_1\right]^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=2}^{n}\left[\rho_{2k-2}a_{2k-2} + 2\rho_{2k-1}a_{2k-1} + \rho_{2k}a_{2k} - 4r_k\right]^2 + \frac{1}{2}\lambda\sum_{k=1}^{2n}\left[a_k - 1\right]^2 \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{\partial f(a)}{\partial a_1} &= (2\rho_1 a_1 + \rho_2 a_2 - 3r_1)(2\rho_1) + \lambda(a_1 - 1) \\ \tfrac{\partial f(a)}{\partial a_2} &= (2\rho_1 a_1 + \rho_2 a_2 - 3r_1)(2\rho_2) + (2\rho_2 a_2 + 2\rho_3 a_3 + \rho_4 a_4 - 4r_2)(2\rho_2) + \lambda(a_2 - 1) \\ \tfrac{\partial f(a)}{\partial a_{2k-1}} &= (\rho_{2k-2}a_{2k-2} + 2\rho_{2k-1}a_{2k-1} + \rho_{2k}a_{2k} - 4r_k)(2\rho_{2k-1}) + \lambda(a_{2k-1} - 1) && k \neq 1 \\ \tfrac{\partial f(a)}{\partial a_{2k}} &= (\rho_{2k-2}a_{2k-2} + 2\rho_{2k-1}a_{2k-1} + \rho_{2k}a_{2k} - 4r_k)(2\rho_{2k}) + (\rho_{2k}a_{2k} + 2\rho_{2k+1}a_{2k+1} + \rho_{2k+2}a_{2k+2} - 4r_{k+1})(2\rho_{2k}) + \lambda(a_{2k} - 1) && k \neq 1 \end{aligned}$$

Encontrar el minimizador de la ecuación, consiste en $\nabla_a F(a) = 0$.

$$\nabla_a f(a) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(a)}{\partial a_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(a)}{\partial a_{2n}} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \tfrac{(2\rho_1)(3r_1 - \rho_2 a_2) + \lambda}{(2\rho_1)^2 + \lambda} \\ a_2 &= \tfrac{(\rho_2)(3r_1 + 4r_2 - 2\rho_1 a_1 - 2\rho_3 a_3 - \rho_4 a_4) + \lambda}{(2\rho_2^2) + \lambda} \\ a_{2k-1} &= \tfrac{(2\rho_{2k-1})(4r_k - \rho_{2k-2}a_{2k-2} - \rho_{2k}a_{2k}) + \lambda}{(2\rho_{2k-1})^2 + \lambda} && k = 2, 3, ..., n \\ a_{2k} &= \tfrac{(\rho_{2k})(4r_k + 4r_{k+1} - \rho_{2k-2}a_{2k-2} - 2\rho_{2k-1}a_{2k-1} - 2\rho_{2k+1}a_{2k+1} - \rho_{2k+2}a_{2k+2}) + \lambda}{(2\rho_{2k}^2) + \lambda} && k = 2, 3, ..., n \end{aligned} \tag{18}$$

EL cálculo de los coeficientes de normalización es proceso iterativo donde a partir de una aproximación inicial se calculan las siguientes aproximaciones secuencialmente utilizando los valores mejorados en cada nuevo cálculo, entonces se repite el proceso hasta llegar a una solución con un margen de error tan pequeño como se quiera. Este método es conocido como Gauss Seidel y en cada ecuación del sistema las ecuaciones lineal se despeja la variable a_i, con dichas ecuaciones y a partir de un vector de soluciones inicial(vector de 1's para este problema) se calculan interativamente los coeficientes. Una vez calculados los factores de normalización a_i se pueden reestimar los valores de la reflectancia de los pixeles en la imagen de 500 m de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} pN_1 &= a_1 p_1 \\ pN_2 &= a_2 p_2 \\ &... \\ pN_{2n} &= a_{2n} p_{2n} \\ pN_{2n+1} &= a_1 p_{2n+1} \\ pN_{2n+2} &= a_2 p_{2n+2} \\ &... \\ pN_{4n} &= a_{2n} p_{4n} \end{aligned}$$

donde p_i es el valor de la reflectancia de un pixel en la imagen normalizada de 250m.

4.6. Medidas de similitud

Con el fin de evaluar la calidad de las imágenes fusionadas, utilizamos indicadores estadísticos que nos permiten comparar las imágenes de alta y baja resolución. [?] [?].

- Una medida de similitud de imágenes ampliamente utilizada en el registro multimodal es el coeficiente normalizado de correlación cruzada, o *Normalized Cross Correlation* (NCC) que determina la correspondencia entre dos imágenes y es robusta a cambios pequeños de escala, rotación o traslación pero es ligeramente costosa computacionalmente.

$$NCC = \frac{\sum_{i,j}[Hr_1(i,j) - \overline{Hr_1}][Lr(i,j) - \overline{Lr}]}{\sqrt{\sum_{i,j}[Hr(i,j) - \overline{Hr}]^2 \sum_{i,j}[Lr(i,j) - \overline{Lr}]^2}} \tag{19}$$

- Una métrica muy natural y comúnmente utilizada para encontrar similitud de imágenes consiste en encontrar las diferencias pixel a pixel de dos imágenes del mismo tamaño, haciendo previamente un registro tentativo de ellas para trabajar sobre dos imágenes de mismo tamaño. Para obtener una buena métrica se necesita alineación casi perfecta. Definimos la medida de similitud correspondiente por:

$$MSE = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0:(i,j)}^{m-1} [Hr(i,j) - Lr(i,j)]^2}{mn} \tag{20}$$

- La diferencia relativa de los promedios entre el producto fusionado y los datos de la banda de baja resolución original.

$$RDM = \frac{\overline{HR} - \overline{Lr}}{\overline{Lr}} \tag{21}$$

- La diferencia relativa de las desviaciones entre el producto fusionado y los datos de la banda de baja resolución original.

$$RVD = \frac{\sigma_{HR}^2 - \sigma_{Lr}^2}{\sigma_{Lr}^2} \tag{22}$$

- Otro índice que es usado para revelar las distorciones radiométricas en la imagen generada es PSNR(peak signal to noise ratio).

$$PSNR = 20 \log_{10} \frac{Peak}{\sqrt{MSE}} \tag{23}$$

$HR(x,y)$ es la imagen de alta resolución, $Lr(x,y)$ es la imagen de Baja resolución, mientras que $Hr(x,y)$ pertenece a los valores de la imagen de resolución alta resolución despues de realizar el proceso de registro para igualar la resolución de $Lr(x,y)$, $Peak$ es el valor máximo posible, m es el número de columnas de la imagen y n

4.7. Resultados de las pruebas

Como se muestra en la tabla los tiempos de procesamiento de las imágenes para el sensor MODIS y VIIRS son más bajos de los estimado inicialmente. En matlab los tiempo de procesamiento iniciales estaban en el orden de horas, mientras que con los métodos propuestos y la paralelización de los mismo el algoritmo en una máquina con multiprocesador con 8 cores trabaja en menos de un minuto.

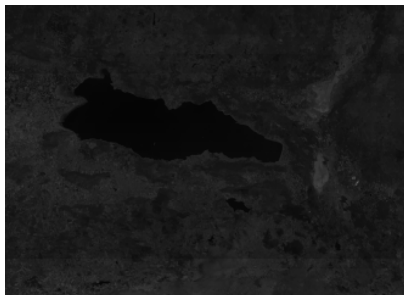
Características de la máquina donde se realizaron las pruebas

Processor Intel @ $Core^{TM}$ i7 CPU Q 740 @ 1.73GHz 8

Memory 8GiB

SO ubuntu 12.04 LTS(64-bit)

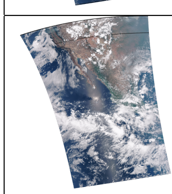
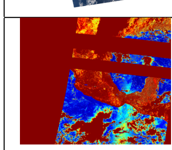
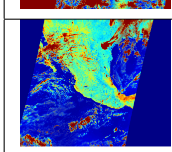
(a) *Imagen VIIRS 750m*



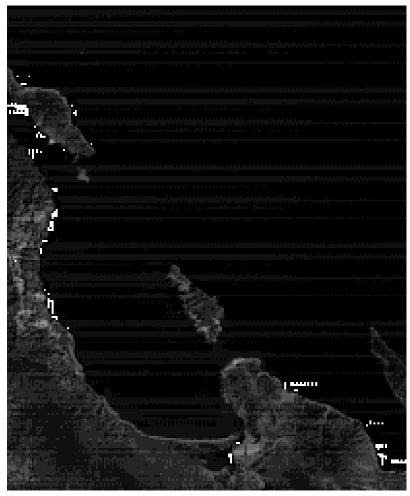
(b) *Imagen VIIRS a 375m*

Figura 16: *En la imagen derecha se muestra información mejorada de la banda SVM11 de baja resolución. Parte de la superficie de la republica mexicana tomada el día 6 de Mayo de 2013.*

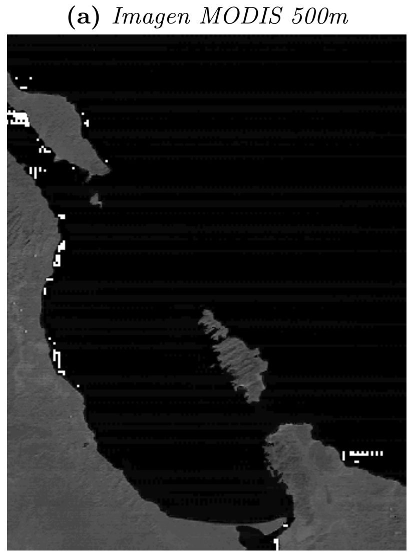
En las figuras siguientes se muestran las imágenes de 500 m correspondiente a la banda que se desea estimar y la estimada banda de 250 m, para medir la similitud se muestran también el valor de similitud entre dichas imágenes tomando un submuestreo de la imagen de 250 m para compararla con la de 500 m.

Resumen de resultados								
Figura	**Tipo**	Banda	Fecha	Tamaño ($h \times w$)	% Área procesada	Tiempo	Correlación	PSNR
	VIIRS	M3	06-05-2013	13824×6400	66.83	35 sec.	0.98729	32.2239
	VIIRS	M8	20-08-2013	13824×6400	68.1249	32 sec.	0.986059	32.8161
	MODIS	B4	16-09-2012	11132×13360	52.1333	54 sec.	0.988259	32.51
	MODIS	B7	10-01-2013	11132×13360	68.4721	1m 10sec	0.972716	33.1112

Cuadro 5: *Resumen de resultados*

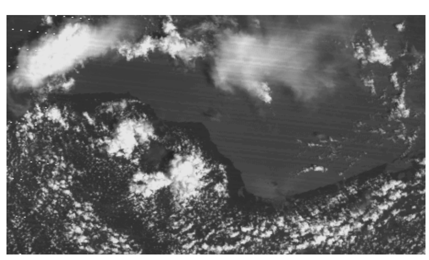


(a) *Imagen MODIS 500m*

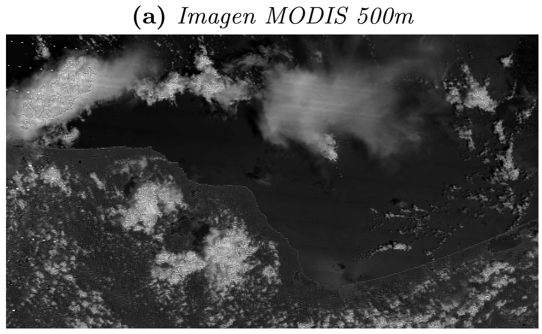


(b) *Imagen MODIS a 250m*

Figura 17: *En la imagen derecha se muestra información mejorada de la banda B3 de baja resolución. Parte de la superficie de la republica mexicana tomada el día 1 de Marzo de 2013.*



(a) *Imagen MODIS 500m*



(b) *Imagen MODIS a 250m*

Figura 18: *En la imagen derecha se muestra información mejorada de la banda B3 de baja resolución. Parte de la superficie de la republica mexicana tomada el día 16 de Septiembre de 2013.*

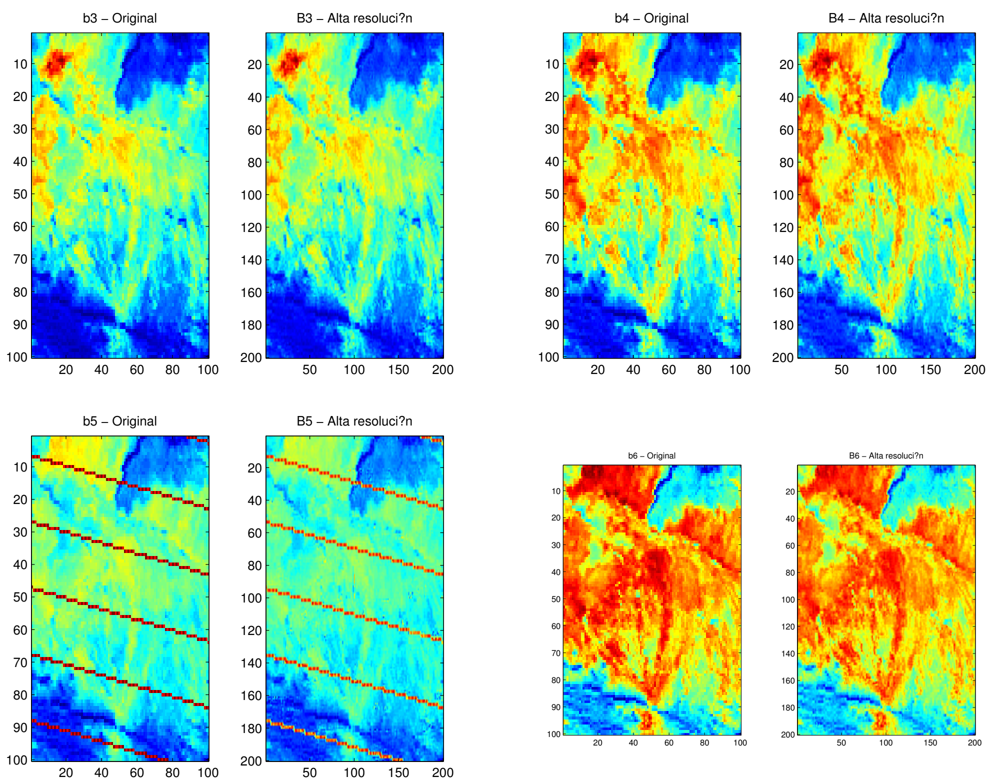
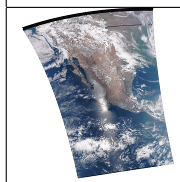
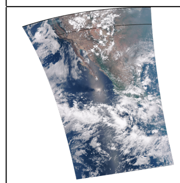
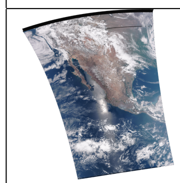
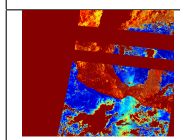
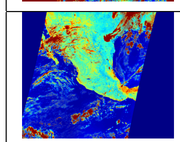


Figura 19: *Resultados imágenes de* 100×100 *Sensor MODIS*

Resultados															
Figura	**Tipo**	Banda	Fecha	Tamaño ($h \times w$)	% Área procesada	Tiempo				Medidas					
						Regresión	Interpolación	Normalización	Programa	Correlación	MSE	PNSR	RDM	RVD
	VIIRS	M3	06-05-2013	13824×6400	66.83	1 sec	14 sec	2 sec	35 sec.	0.98729	0.000522867	32.8161	0.0275838	-0.054611
	VIIRS	M10	06-05-2013	13824×6400	67.0215	1 sec	14 sec	2 sec	32 sec.	0.980375	0.000535352	32.7136	-0.03249168	-0.102975
	VIIRS	M8	20-08-2013	13824×6400	68.1249	2 sec	14 sec	3 sec	32 sec.	0.986059	0.000599258	32.2239	-0.0270838	-0.0698208
	MODIS	B4	16-09-2012	11132×13360	52.1333	2 sec	22 sec	3 sec	54 sec.	0.988259	0.000561045	32.51	-0.0538592	-0.069799
	MODIS	B7	10-01-2013	11132×13360	68.4721	2 sec	26 sec	8 sec	1m 10 sec.	0.972716	0.000488519	33.1112	-0.0733751	-0.185269

Cuadro 6: *Resultados en distintas pruebas*

5. CONCLUSIONES

- El tiempo de procesamiento sobre una máquina con las características previamente citadas, fue mejorado significativamente, la primer versión del sistema trabajaba sobre *matlab* y procesaba aproximadamente dos horas para obtener una imagen de alta resolución, actualmente la versión en c++ obtiene la misma imagen en **menos de un mínuto**.
- Se propuso una nueva estrategía para realizar la regresión adaptativa utilizando una regresión lineal en lugar de una regresión no lineal, además con el uso del método $LDLT$ se obtuvo solución a casi el 100 % de los modelos de regresión en menos de 1 segundo.
- Se propuso el uso de una interpolación bicúbica sobre el espacio de parámetros lo cual permite procesar cajas de mayor dimensión 10×10 o 20×20 pixeles sin perder la consistencia radiométrica y conservar la correlación entre bandas.
- Se propuso una eliminación de datos atípicos que preserva los datos en el rango establecido.
- Se propone una solución a la normalización de datos para preservar la consistencia radiométrica utilizando gauss saidel con lo que en unas pocas iteraciones se logran encontrar los factores que estabilizan a los datos.
- Un avance importante es que se adapta la metodología utilizada al las imágenes del nuevo sensor VIIRS obteniendo mejores resultados que en los sensores MODIS por la alta correlación entre bandas y por las ventajas y similitudes del Sensor sobre MODIS.
- Se estudiaron otros modelos de regresión que también logran factores de correlación y PSNR altos.
- Todos los métodos propuestos han sido programados y adaptados al proyecto en lenguaje c++.
- Con las experiencias adquiridas se tienen otras propuestas como el uso de análisis de componentes principales sobre imágenes VIIRS donde se demuestra que en coberturas de suelo existe una correlación completamente lineal con algunas bandas, entonces si se utilizan componentes principales para la reducción de dimensionalidad es prometedor estudiar y encontrar un solo predictor para adapartar un nuevo modelo más eficiente que el propuesto.

.

A. Mínimos cuadrados no lineales

Dado una función vector $\mathbf{f} : R^n \longmapsto R^m$ con $m \geq n$. Queremos minimizar $||\mathbf{f}(c)||$ lo que significa encontrar

$$\min_x F(x) \tag{24}$$

donde

$$F(x) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}(f(x))^2 = \frac{1}{2}||\mathbf{f}(x)||^2 = \frac{1}{2}\mathbf{f}(x)^T\mathbf{f}(x) \tag{25}$$

La ecuación **??** es un problema de mínimos cuadrados donde se requiere hacer un ajuste de parámetros x tal que la función $M(x,t)$ se ajuste lo más posible a un conjunto de datos y_i, por lo que $f(x) = [M(x,t_i) - y_i]$. Este problema es difícil de resolver por lo que se asume que existe un x^t que cumple que $y_i = M(x^t, t_i) + \epsilon_i$, donde ϵ_i es un error, asumido como ruido blanco. Los parámetros son determinados encontrando un minimizador de x^* de la suma de los cuadrado de los residuales. Debido a que el problema no es trivial se proponen métodos para encontrar minimizadores locales de F.

Sí f tienen derivadas continuas parciales, podemos escribir la expansión de Taylor

$$f(x+h) = \mathbf{f}(x) + \mathbf{J}(x)h + (||h||^2) \tag{26}$$

donde $\mathbf{J}(x)$ es el jacobiano que es una matriz, que por definición contiene las primeras derivadas parciales de los componenetes.

$$(\mathbf{J}(x))_{ij} = \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j}(x) \tag{27}$$

Por ejemplo para la ecuación **??** de mínimos cuadrados tenemos que:

$$\frac{\partial F}{\partial x_j}(x) = \sum_{i=1}^{m} f_i(x)\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x) \tag{28}$$

Entonces el gradiente se puede definir como:

$$\mathbf{F}'(x) = \mathbf{J}(x)^T f(x) \tag{29}$$

Obteniendo el Hessiano de F, para cada posición (j,k)

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_j \partial x_k}(x) = \sum_{i=1}^{m}(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x)\frac{\partial f_i}{\partial x_k}(x) + \sum_{i=1}^{m} f_i(x) f_i''(x)) \tag{30}$$

$$\mathbf{F}''(x) = \mathbf{J}(x)^T\mathbf{J}(x) + \sum_{i=1}^{m} f_i(x)\mathbf{f}_i''(x) \tag{31}$$

A.1. Método de Gauss-Newton

Este método es la base de mucho métodos eficientes como Levenberg-Marquardt. Se basa principalmente en en implementar las primeras derivadas de los componenetes de la función $\mathbf{f}$. El método de Gauss Newton esta basado en encontrar una aproximación lineal de los componente de $\mathbf{f}$ en la vecindad de x.[**?**]

Para $||\mathbf{h}||$ pequeo, la expansion de taylor es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}+\mathbf{h}) = \simeq \ell(\mathbf{h}) \equiv \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}(\mathbf{x})\mathbf{h} \tag{32}$$

Aplicando esta definición a la función a minimizar **??** y estableciendo $\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) y \mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{x})$

$$\begin{array}{rcl} \mathbf{F}(\mathbf{x}+\mathbf{h}) \simeq L(\mathbf{h}) & \equiv & \frac{1}{2}\ell(\mathbf{h})^{\mathbf{T}}\ell(\mathbf{h}) \\ & = & \frac{1}{2}\mathbf{f}^{\mathbf{T}}\mathbf{f} + \mathbf{h}^{\mathbf{T}}\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\mathbf{f} + \frac{1}{2}\mathbf{h}^{\mathbf{T}}\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\mathbf{J}\mathbf{h} \\ & = & F(x) + \mathbf{h}^T\mathbf{J}^T\mathbf{f} + \frac{1}{2}\mathbf{h}^T\mathbf{J}^T\mathbf{J}\mathbf{h} \end{array} \tag{33}$$

El gradiente y el hessiano de L son:

$$\begin{array}{l} \mathbf{L}'(\mathbf{h}) = \mathbf{J}^T\mathbf{f} + \mathbf{J}^T \\ \mathbf{L}''(h) = \mathbf{J}^T\mathbf{J} \end{array} \tag{34}$$

Comparando con la ecuación **??** vemos que $\mathbf{L}'(0) = \mathbf{F}'(x)$, además observamos que en la ecuación **??** que $\mathbf{L}''(\mathbf{h})$ es independiente de $\mathbf{h}$, es simétrica y si $\mathbf{J}$ es de rango completo, entonces $\mathbf{L}''(\mathbf{h})$ es también positivo definido. esto implica que $L(h)$ tiene un minimizador único, el cuál puede ser encontrado resolviendo

$$\left(\mathbf{J}^T\mathbf{J}\right)\mathbf{h}_{gn} = -\mathbf{J}^T\mathbf{f} \tag{35}$$

$\mathbf{h}_{gn}$ es una dirección de descenso para F que cumple que $\mathbf{h_{gn}}^T\mathbf{F}'(\mathbf{x}) < 0$:

$$\mathbf{h_{gn}}^T\mathbf{F}'(\mathbf{x}) = \mathbf{h_{gn}}(\mathbf{J}^T\mathbf{h}) = -\mathbf{h_{gn}}(\mathbf{J}^T\mathbf{h})\mathbf{h_{gn}} < 0 \tag{36}$$

Ahora podemos aplicar un algoritmo de descenso llamado así por que en cada interación cumple que $F(x_{k+1}) < F(x_k)$

α puede ser encontrado por el método de búsqueda en línea, el método de Gauss-Newton usa $\alpha = 1$ en todos los pasos.

Algorithm 1 Descent Method

Require: $k := 0$; $x := x_0$; $found :=$ **false**

while (**not** found) and ($k < k_{max}$) **do**
  $h_d :=$ search-direction(x)
  if no such **h** exists **then**
    found:=**true**
  else
    $\alpha := step_length(x, h_d)$
    $x := x + \alpha \mathbf{h_d}$;
    $k := k + 1$
  end if
end while

A.2. Mínimos cuadrados lineales

Hay un caso simple de mínimos cuadrados no lineales y es cuando $\mathbf{f}(x)$ tienen la forma:

$$\mathbf{f}(x) = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Donde el vector $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ y la matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{A}^{m \times n}$ son dadas. Este problema es llamado mínimos cuadrados lineales, en este caso $\mathbf{J}(x) = -\mathbf{A}$ para todo x. y el gradiente de la función a minimizar es:

$$\mathbf{F}'(\mathbf{x}) = -\mathbf{A}^T(\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}) \tag{37}$$

La solución es $\mathbf{F}'(\mathbf{x}) = 0$ para $\mathbf{x}^*$ y dicha solución puede ser encontrada utilizando las llamadas *ecuaciones normales*.

$$\mathbf{F}'(\mathbf{x}) = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})x^* - \mathbf{A}^T b \tag{38}$$

El problema puede ser escrito de la forma

$$\mathbf{B}x^* \simeq c \tag{39}$$

y alternativamente se puede resolver via *transformaciones ortogonales*, encontrando una matriz ortogonal Q que

$$Q^T = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde $R \in R^{n \times n}$ es una matriz triángular superior, la solución es encontrada por sustitucion hacia atrás en el sistema:

$$Rx^* = (Q^T b)_{1:n}$$

Este método es más preciso que las solución via ecuaciones normales.

A.3. Algoritmo Levenberg-Maquardt

Este método sugiere el uso del tradicional método de gauss-Newton pero amortiguado, es decir adaptar la matriz $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$ con el parámetro μ, cuyos efectos se explican a continuación [**?**]. Definimos $\mathbf{J} = \mathbf{J}(x)$, $\mathbf{f} = \mathbf{f}(x)$, $g = \mathbf{J}^T\mathbf{f}$ y $\mu \geq 0$. .

$$\left(\mathbf{J}^T\mathbf{J} + \mu\mathbf{I}\right)_{lm} = -g \tag{40}$$

a) Para $\mu > 0$ el coeficiente de la matriz es positivo definido y se asegura que $\mathbf{h_{lm}}$ es una dirección de descenso. Este valor es bueno si la iteración actual esta lejos de la solución.

b) Para valores grandes de μ tenemos que $\mathbf{h_{lm}} \simeq -\frac{1}{\mu}h = -\frac{1}{\mu}\mathbf{F}'(\mathbf{x})$, lo cual significa un paso pequeño en la dirección de descenso.

c) Si μ es pequeño, entonces $\mathbf{h}_{lm} \simeq h_{gn}$, lo cuál es un buen paso en las iteraciones finales, cuando x es cercano a x^*. τ es electo por el usuario.

La elección de un valor inicial μ se relaciona con el valor de los elementos de la matriz en cada iteración $A_0 = \mathbf{J}^T(\mathbf{x}_0)\mathbf{J}(\mathbf{x}_0)$.

$$\mu_0 = \tau \max_i \{a_{ii}^{(0)}\} \tag{41}$$

Para las iteraciones siguientes, para evaluar la calidad de modelo, podemos utilizar el *gain ratio*, es decir el radio entre el valor actual y el valor predicho de la función.

$$\varrho = \frac{F(x) - F(x + \mathbf{h})}{L(0) - L(\mathbf{h})} \tag{42}$$

Un pequeño valor de ϱ indica una pobre aproximación y se debería incrementar el factor de amortiguamiento μ y así incrementar la penalidad en pasos largos, osea dar pasos reducir la longitud del tamaño de paso. Por el contrario, un valor grande de ϱ indica que $L(\mathbf{h_{lm}})$ es una buena aproximación de $F(\mathbf{x} + \mathbf{h_{lm}})$ y el factor de amoriguamiento puede ser reducido en la siguiente iteración [**?**].

En el algoritmo **??** , se indica una estrategia ampliamente utilizada y fue originalmete propuesta por Marquardt(1963), donde se muestra como manejar el valor de amortiguamiento μ dependiendo del *gain ratio* [**?**].

Dentro de los tres criterios de paro del algoritmo, tenemos:

- Detectar un mínimo global $\mathbf{F}'(\mathbf{x}^*) = \mathbf{g}(\mathbf{x}^*) = 0$. Es decir $||\mathbf{g}||_\infty \leq \varepsilon_1$, donde ε_1 es un valor pequeño, positivo y es elegido por el usuario.
- Detectar un cambio pequeño en $\mathbf{x}$, $||x_{new} - x|| \leq \varepsilon_2\,(||x|| + \varepsilon_2)$-.
- Finalmente el último criterio de paro evita ciclos infinitos en el proceso. $k \geq k_{max}$

Algorithm 2 Levenberg-Marquardt method

Require: $k := 0$; $x := x_0$; $v := 2$
  $\mathbf{A} := \mathbf{J}(\mathbf{x})^T\mathbf{J}(\mathbf{x})$; $\mathbf{g} := \mathbf{J}(\mathbf{x})^T\mathbf{f}(\mathbf{x})$
  $found$:= $(||\mathbf{g}||_\infty \leq \varepsilon_1)$; $\mu := \tau * \text{máx}\, a_{ii}$
  while (**not** found) **and** $(k < k_{max})$ **do**
    $k := k + 1$; Solve $(A + \mu I)\mathbf{h_{lm}}) = -\mathbf{g}$
    if $||\mathbf{h}_{lm}|| \leq \varepsilon_2\,(||\mathbf{x}|| + \varepsilon_2)$ **then**
      $found$:= **true**
    else
      $x_{new} := x + \mathbf{h_{lm}}$
      $\varrho = \frac{F(x) - F(\mathbf{x_{new}})}{L(0) - L(\mathbf{h_{lm}})}$
      if $\varrho > 0$ **then**
        $\mathbf{x} := \mathbf{x}_{new}$
        $\mathbf{A} := \mathbf{J}(\mathbf{x})^T\mathbf{J}(\mathbf{x})$; $\mathbf{g} := \mathbf{J}(\mathbf{x})^T\mathbf{J}(\mathbf{x})$
        $found$:=$(|||\mathbf{g}||_\infty \leq \varepsilon_1)$
        $\mu := \mu * \text{máx}\{\frac{1}{3}, 1 - (2\varrho - 1)^3\}$ $v := 2$
      else
        $\mu := \mu * v$; $v := 2 * v$
      end if
    end if
  end while

B. Interpolación Bicúbica

La interpolación es extensamente usada en el procesamiento digital de imágenes para realzar o reducir imágenes y corregir distorciones espaciales. Es el proceso de estimación de valores intermedios de un evento contínuo de muestras discretas de datos.

Analizando una interpolacion cúbica como una convolución [?], establecemos dos condiciones. Primero, que el análisis es exclusivo a un problema unidimensional, para dos dimensiones, es resuelto realizando la interpolación unidimensional en cada una de las dimensiones, segundo, asumimimos que la muestra de los datos está equiespaciada.

Una interpolación es un tipo especial de aproximación a una función. Una propiedad fundamental es que los nodos de interpolación deben coincidir exactamente con los datos de muestra es decir si f es la función de las muestras y g es la correspondiente función de interpolación, entonces $g(x_k) = f(x_k)$, con x_k un nodo de la interpolación.

Para datos equiespaciados, las funciones de interpolación pueden ser escritas de la forma:

$$g(x) = \sum_k c_k u(\frac{x - x_k}{h}) \tag{43}$$

Donde h representa el incremento de la muestra, los x_k's son los nodos de interpolación, u es el kernel de interpolación, los c_k's son parámetros que dependen de las muestras. Para éste estudio, analizaremos el caso de un kernel de interpolación cúbico.

El algoritmo de convolucion con interpolación cúbico es derivado de un conjunto de condiciones diseñadas para maximizar la precisión. Está compuesto de polinomios cúbicos definidos en el intervalo $(-2, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, 2)$, fuera de este intervalo $(-2, 2)$ el kernel de interpolación es 0, entonces una consecuencia de esta condición es que el número de muestras usadas para evaluar la función de interpolación se reduce a 4. El kernel debe ser simétrico, entonces u debe de tener la forma.

$$u(s) = \begin{cases} A_1|s|^3 + B_1|s|^2 + C_1|s| + D_1 & \text{if } 0 < |s| < 1, \\ A_2|s|^3 + B_2|s|^2 + C_2|s| + D_2 & \text{if } 1 < |s| < 2, \\ 0 & \text{if } 2 < |s| \end{cases} \tag{44}$$

El kernel de interpolación debe ser continuo y tener derivadas continuas, además $g(x_j) = f(x_j)$ por lo que $c_j = f(x_j)$, osea que los c_k's en la ecuación **??** son simplemente remplazadas por los datos de muestra. Otras condiciones impuestas son que $u(0) = 1$ y $u(1) = u(2) = 0$. utilizando todas las condiciones propuestas se tiene un kernel en terminos de a.

$$u(s) = \begin{cases} (a + 2)|s|^3 - (a + 3)|s|^2 + 1 & \text{if } 0 < |s| < 1, \\ a|s|^3 - 5a|s|^2 + 8a|s| - 4a & \text{if } 1 < |s| < 2, \\ 0 & \text{if } 2 < |s| \end{cases} \tag{45}$$

Según Key [?], para obtener una mejor aproximacion de la función $f(x)$ el valor a establecer para $a = -0{,}5$. quedando finalmente el kernel de convolución de interpolacion cúbica como:

$$u(s) = \begin{cases} \frac{3}{2}|s|^3 - \frac{5}{2}|s|^2 + 1 & \text{if } 0 < |s| < 1, \\ -\frac{1}{2}|s|^3 + \frac{5}{2}|s|^2 - 4|s| + 2 & \text{if } 1 < |s| < 2, \\ 0 & \text{if } 2 < |s| \end{cases} \quad (46)$$

B.1. Condiciones de frontera

La función f fue definida para todos los número reales, en la práctica f solo fue observado en un intervalo finito y por lo tanto está restrigida al intervalo $[a, b]$, por lo que son necesarias las condiciones de frontera.

En el intervalo $[a, b]$, la interpolación cúbica puede ser escrita:

$$g(x) = \sum_{k-1}^{N+1} c_k u(\frac{x - x_k}{h}) \quad (47)$$

Para determinar g para toda x en el intervalo $[a, b]$ son necesarios los valores de c_k para $k = -1, 0, 1, ..., N + 1$. Para $k = 0, 1, 2, ..., N$, $c_k = f(x_k)$, Para $k = -1$ y $k = N + 1$ dichos valores son desconocidos por que están fuera del intervalo de observación, entonces los valores c_{-1} y c_{N+1} son las condiciones de frontera.

Para encontrar una condición apropiada para la frontera izquierda, suponemos que x es un punto en el subintervalo $[x_0, x_1]$. Entonces el valor de interpolación para x se reduce a.

$$g(x) = c_{-1}u(s + 1) + c_0u(s) + c_1u(s - 1) + c_2u(s - 2) \quad (48)$$

donde $s = \frac{x - x_0}{h}$, si sustituimos en la ecuación **??** por u.

$$\begin{aligned} g(x) &= c_{-1}u(s + 1) + c_0u(s) + c_1u(s - 1) + c_2u(s - 2) \\ &= c_{-1}\left[-\tfrac{1}{2}(s + 1)^3 + \tfrac{5}{2}(s + 1)^2 - 4(s + 1) + 2\right] + c_0\left[\tfrac{3}{2}s^3 - \tfrac{5}{2}s^2 + 1\right] + \\ &\quad c_1\left[\tfrac{3}{2}(1 - s)^3 - \tfrac{5}{2}(1 - s)^2 + 1\right] + c_2\left[-\tfrac{1}{2}(2 - s)^3 + \tfrac{5}{2}(2 - s)^2 - 4(2 - s) + 2\right] \\ g(x) &= \tfrac{1}{2}s^3(c_2 - 3c_1 + 3c_0 - c_{-1}) - \tfrac{1}{2}s^2(c_2 - 4c_1 + 5c_0 - 2c_{-1}) + \tfrac{1}{2}s(c_1 - c_{-1}) + c_0 \end{aligned}$$

Si g es una aproximación de f de $O(h^3)$, entonces el término s^3 debe ser cero, entonces $c_{-1} = c_2 - 3c_1 + 3c_0$, o.

$$c_{-1} = f(x_2) - 3f(x_1) + 3f(x_0) \quad (49)$$

Análogamente haciendo un análisis para obtener c_{N+1}, si x esta en el intervalo x_{N-1}, x_N, la condición de frontera queda:

$$c_{N+1} = 3f(x_N) - 3f(x_{N-1}) + 3f(x_{N-2}) \quad (50)$$

Usando el kernel de interpolación definido en **??**, podemos resumir que:

$$\begin{aligned} \mathbf{g(x)} &= \tfrac{1}{2}\mathbf{c_{k-1}}(-\mathbf{s^3} + \mathbf{2s^2} - \mathbf{s}) + \tfrac{1}{2}\mathbf{c_k}(\mathbf{3s^3} - \mathbf{5s^2} + \mathbf{2}) + \tfrac{1}{2}\mathbf{c_{k+1}}(-\mathbf{s^3} + \mathbf{4S^2} + \mathbf{s}) + \tfrac{1}{2}\mathbf{c_{k+2}}(\mathbf{s^3} - \mathbf{s^2}) \\ c_{-1} &= 3f(x_0) - 3f(x_1) + f(x_2) \\ c_{N+1} &= 3f(x_N) - 3f(x_{N-1}) + f(x_{N-2}). \end{aligned} \quad (51)$$

Donde $s = \frac{x - x_k}{h}$ y $c_k = f(x_k)$ para $k = 0, 1, 2, ..., N$,

La interpolación bidimensional esta compuesta por una interpolación unidimensional con respecto a cada coordenada. La función de interpolación cúbica es una extensión separable de la función de interpolación unidimensional. Donde (x, y) es un punto de la subdivisión rectangular $[x_j, x_{j+1}] \times [y_k, y_{k+1}]$, la función de convolución interpolación cúbica es:

$$g(x, y) = \sum_{l=-1}^{2} \sum_{m=-1}^{2} c_{j+l,k+m} u(\frac{x - x_{j+l}}{h_x}) u(\frac{y - y_{k+m}}{h_y}) \quad (52)$$

Donde u es el kernel de interpolacion **??** y h_x y h_y son los incrementos en las coordenadas x y y. $c_{jk} = f(x_j, y_k)$. Las restricciones en la frontera estan dadas por:

$$\begin{gathered} c_{-1,k} = 3f(x_0, y_k) - 3f(x_1, y_k) + f(x_2, y_k) \\ c_{N+1,k} = 3f(x_N, y_k) - 3f(x_{N-1}, y_k) + f(x_{N-2}, y_k) \\ \text{Para } k = 0, 1, 2, ..., M \\ c_{j,-1} = 3f(x_j, y_0) - 3f(x_j, y_1) + f(x_j, y_2) \\ c_{j,M+1} = 3f(x_j, y_M) - 3f(x_j, y_{M-1}) + f(x_j, y_{M-2}) \\ \text{Para } j = 0, 1, 2, ..., N \\ c_{-1,-1} = 3c_{0,-1} - 3c_{1,-1} + c_{2,-1} \\ c_{N+1,-1} = 3c_{N,-1} - 3c_{N-1,-1} + c_{N-2,-1} \\ c_{-1,M+1} = 3c_{0,M+1} - 3c_{1,M+1} + c_{2,M+1} \; c_{N+1,M+1} = 3c_{N,M+1} - 3c_{N-1,M+1} + c_{N-2,M+1} \end{gathered}$$

C. Formato HDF5

HDF5 (Hierarchical Data Format) es una librería de propósito general y, a la vez, un formato de ficheros para el almacenaniento de datos científicos. Este software fue creado para atender las necesidades de científicos e ingenieros que trabajan en entornos de computación de altas prestaciones, con un uso intensivo de datos. Como resultado, HDF5 pone énfasis en la eficiencia del almacenaniento y de la entrada-salida de datos.

Los datos de las bandas del sensor VIIRS están estructurados como se muestra en la figura **??**. Los cuadros rojos correponden a *Groups*, los cuadros verdes a *attributes* y los cuadros Azules son *dataset*, nuestro interes está enfocado al producto *reflectance*.

Figura 20: *Estructura de los archivos HDF5 donde se almacenan las bandas VIIRS*

Referencias

[1] Alexander P. Trishchenko, Yi Luo, *A method for downscaling MODIS land channels to 250 m spatial resolution using adaptive regression and normalization* Canada Center for Remote Sensing, Earth cience Sector, Natural Resources Canada.2004

[2] Robert G. Keys, *Cubic convolution Interpolation for Digital Image Processing.* IEEE TRANSACTIONS ON ACOUSTIC, SPEECH, AND SIGNAL PROCESSING, VOL. ASSP-29 NO.6, DECEMBER 1981.

[3] Jean-Francois Mas, *Aplicaciones del sensor MODIS para el monitoreo del territorio.* ISBN: 978-607-7908-55-5 2011.

[4] NASA/Goddard Space Flight Center, *MODIS Level 1B Product User's Guide.* February 27, 2009.

[5] M. Nishihama, R. Wolfe, D. Solomon, F. Patt, J. Blanchette, A. Fleig, A., and E. Masuoka, *MODIS level 1A Earth location: Algorithm theoretical basis document version 3.0.* SDST-092, MODIS Science Data Support Team, (1997).

[6] Sun-Hwa Kim, Sung-Jin Kang, and Kyu-Sung Lee *Comparison of Fusion Methods for Generating 250m MODIS Image* Inha University, Korean Journal of Remote sensing, 2010.

[7] Curtis Seaman, CIRA/Colorado State University *Beginner's Guide to VIIRS Imagery Data.* July , 2013.

[8] G. Bruce, D.L Frank, M. James, M. Chris *Continuity of the A-Train MODIS Observations: Welcome to the NPP VIIRS* NOAA- Joint Polar Satellite System, 2006.

[9] Thomas F. Lee and Steven D. Miller *NOTES AND CORRESPONDENCE, NASA MODIS Previews NPOESS VIIRS Capabilities* Naval Reserarch Laboratory,Monteret, California, December 2005.

[10] Dr Robert E Murphy *NPP VIIRS Update* Presentation to the Global Vegetation Workshop 2009.

[11] B.Tan, C.E. Woodcock, J. Hu. *The impact of gridding artifacts on the local spatial properties of MODIS data: Implications for validation, compositing, and band-to.band registration across resolutions* Departament of Geography and Enviroment. Boston University. Jun. 2006

[12] Thomas F. Lee and Steven D. Miller *Sensor Data Record (SDR) Users Guide::VIIRS, version 1.1* U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE,Washington, D.C., April, 2013.

[13] Neal Baker *VIIRS Geolocation Algorithm Theoretical Basis Document (ATBD)* Joint Polar Satellite System (JPPS), July, 2011.

[14] Alexander P. Trishchenko *VIIRS (Visible/Infrared Imaging Radiometer Suite) on Suomi NPP (SNPP) satellite: New capabilities for cloud and surface mapping in the Arctic* Canada Center for Remote Sensing, Earth cience Sector, Natural Resources Canada. November, 2012.

[15] K.Madsen, H.B. Nielsen, O. Tingleff *Methods for non-linear least squares problems* 2nd Edition, April 2004.

[16] H. Gavin *The Levenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fitting problems* Duke University, september 2011.

[17] W.H. Press, S.A. Teukosky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes in C* Cambridge University Press, second edition, 1992.

[18] Sung-Jin Kang, Sun-Hwa Kim *A Comparative Analysis of Fusion Methods for MODIS 250m Images* Remote Sensing Laboratory, Inha University,South Korea.

[19] V.Karathanassi, P. Kolokousis, S. Ioannidou *A Compararison study on fusion methods using evaluation indicators* Remote Sensing Laboratory, Inha University,South Korea.

[20] Robert G. Keys, *Cubic convolution Interpolation for Digital Image Processing.* IEEE TRANSACTIONS ON ACOUSTIC, SPEECH, AND SIGNAL PROCESSING, VOL. ASSP-29 NO.6, DECEMBER 1981.